

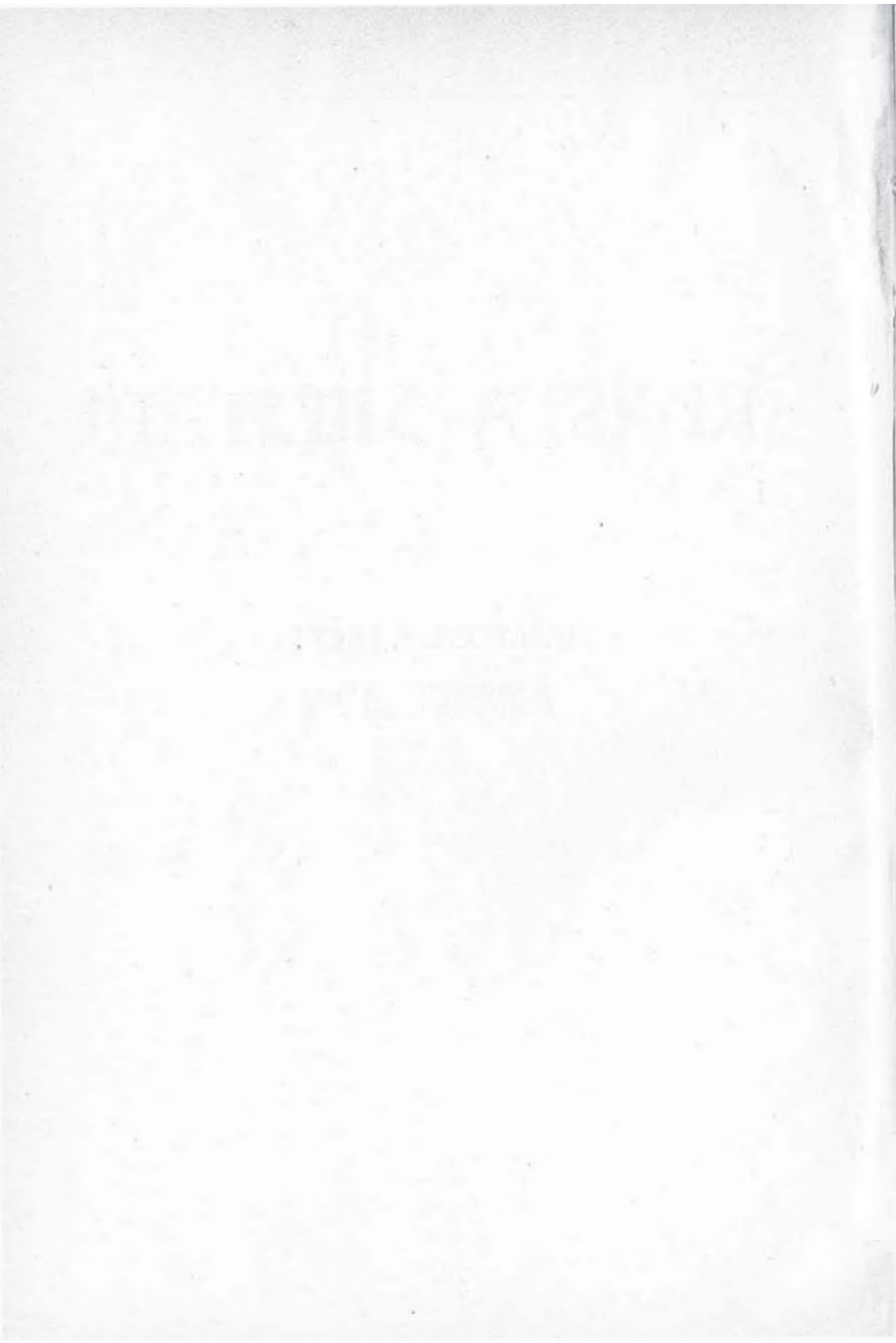
ANNO VIII

LUGLIO 1952

RIVISTA MILITARE

FASCICOLO TECNICO
ARTIGLIERIA

R O M A
VIA DI S. MARCO, 8



S o m m a r i o

Pagina

X	Magg. Generale (S.Te.A.) GIOVENALE ARGAN: Balistica interna delle polveri a legge di combustione non lineare	5
	Cap. d'art. OSCAR MARTINELLI: Utilizzazione delle correzioni sperimentali (Trasporti di tiro)	24
X	Magg. d'art. (S.Te.A.) ALESSANDRO D'ALESSANDRO: Il problema di tiro intercontinentale con i teleproietti	39
X	Prof. ing. GIOVAN BATTISTA PACELLA: Della precisione del millesimo nel calcolo di distanze ed azimuth e dell'impiego della sfera per conseguirla	55
X	Ten. col. d'art. GIUSEPPE BOFFA e Cap. d'art. MARIO ASTUTI: Un caso d'integrazione delle equazioni del moto del proietto	63
	Magg. d'art. PASQUALE SAMMARCO: Delle misure di sicurezza da attuare intorno ad una b.d.f. c.a. durante il tiro	72
X	Cap. d'art. RINALDO RAUTI: Note sul calcolo della temperatura balistica e del vento fittizio	83

Proprietà letteraria e artistica riservata

Direttore responsabile: Colonnello SIRO BERNABÒ

Arti Grafiche « S. Barbara » di UGO PINNABÒ - Via Pompeo Magno, 29 - Roma

Balistica interna delle polveri a legge di combustione non lineare

Magg. Generale (S.Te.A.) GIOVENALE ARGAN

In un precedente studio del 1949 ed in un articolo pubblicato sul fascicolo tecnico (artiglieria) del luglio 1951 della Rivista Militare (1), ebbi ad accennare a qualche particolarità della balistica interna delle polveri a legge di combustione non lineare (di quelle polveri, cioè, per cui la velocità lineare di combustione del grano non può ritenersi proporzionale alla pressione).

Com'è noto, anche per queste polveri si suppone in genere esistente la proporzionalità suddetta, perchè solo così è facile, con le usuali formule di balistica interna, risolvere il problema balistico principale in termini finiti.

E' noto, altresì, che questo procedimento, se pure seguito dalla maggioranza degli studiosi di balistica interna (Charbonnier, Bianchi, Mata, Cranz, Mainardi, ecc.) ha incontrato, nel passato, decise obiezioni da parte specialmente del Gossot e del Liouville.

In effetti, mentre dal punto di vista teorico il limitare le formule al solo caso della velocità lineare di combustione proporzionale alla pressione ne riduce notevolmente la generalità, dal punto di vista pratico ne sacrifica la validità e la utilità, più forse di quanto generalmente si creda.

Non è dubbio che, come già affermava lo Charbonnier, ove si adatti l'« outillage » prescelto, mediante opportuni valori dei parametri costanti (o supposti tali), per tutte le polveri si può, senza grave errore, supporre la velocità di combustione del grano proporzionale alla pressione.

Ciò essenzialmente ai fini del calcolo della pressione massima e della velocità iniziale, su cui si è polarizzata, di massima, l'attenzione degli studiosi di balistica interna. E' dubbio, però, se altrettanto si possa dire della rispondenza della ipotesi semplificativa, ai fini della determinazione teorica (pur necessaria) di un diagramma delle pressioni nell'interno della bocca da fuoco non troppo lontano dal reale. Il che è importante, specie nei riguardi dello studio della balistica interna delle armi automatiche.

(1) ARGAN G., *Impiego delle formule generali di balistica interna per la soluzione del problema balistico principale in alcuni casi particolari.*

Accade, insomma, alla balistica interna qualcosa di simile a quello che sta accadendo alla balistica esterna. Per quest'ultima, gli elementi relativi al punto di caduta non sono più i privilegiati (almeno per quanto si riferisce al tiro controaerei).

Per la balistica interna, la velocità iniziale (senza dubbio di preminente interesse) non è più la sola velocità che occorre determinare, prima che sul proiettile abbia cessato di agire il propellente; nè la pressione massima è il solo valore della pressione che conviene conoscere (già da tempo, del resto, il calcolo della pressione di bocca ha assunto particolare importanza).

Anche per questo motivo (oltre che per sopperire alle esigenze dello studio dei cannoni senza rinculo e per raccordarsi alla balistica dei razzi) la balistica interna deve tendere ad una maggiore generalità, anche a costo, naturalmente, di perdere in semplicità di sviluppi analitici.

E' forse perciò che in recenti opere inglesi vengono esposte, come vedremo, soluzioni analitiche anche per il caso di legge di combustione non lineare (1).

Nel presente studio, vorrei fare il punto sulla questione, essenzialmente nei riguardi analitici, esponendo un po' più estesamente quanto ho accennato in proposito nei miei precedenti articoli e riferendo quanto risulta dalle suaccennate recenti pubblicazioni inglesi.

I

Se si effettuano varie misure sperimentali, a varie pressioni, della velocità lineare di combustione del grano di polvere, può darsi che il diagramma risultante possa essere matematicamente rappresentato, nel campo delle pressioni che interessano, o da una curva (legge di combustione non lineare):

$$l_1 \frac{dy}{dt} = w P^n$$

o da una retta (legge di combustione lineare):

$$l_1 \frac{dy}{dt} = a + w P$$

Se a si ritiene nulla, la costante w assume il significato di velocità di combustione a pressione unitaria (ove si abbia l'avvertenza di considerare la P divisa per la pressione unitaria e cioè quale numero puro). E' chiaro

(1) Del resto, il Gossot, il Liouville, il Rügglia ed altri già tentarono soluzioni del genere, pervenendo in genere a metodi numerici, su base semiempirica.

che a meno di esponente n assai prossimo all'unità, uno stesso diagramma sperimentale potrà con approssimazione non troppo diversa essere pressochè indifferentemente rappresentato (in un limitato campo di pressioni) o da una curva o da una retta, solo se le costanti adottate nei due casi differiscono opportunamente, in modo da riavvicinare sufficientemente i due diagrammi teorici tra loro ed al diagramma sperimentale, nel campo considerato.

Ad esempio, per una data velocità di combustione, si ponga tanto :

$$l_1 \frac{dy}{dt} = w_n P^n$$

quanto :

$$l_1 \frac{dy}{dt} = w P$$

Evidentemente, affinchè, per la P considerata, le due rappresentazioni si equivalgono, dovrà essere :

$$w_n P^n = w P$$

e cioè :

$$w_n = w P^{1-n}$$

Per ogni altro valore di P i due diagrammi divergeranno, poichè w e w_n si considerano costanti.

Ciò era opportuno premettere onde evitare dubbi nell'interpretazione di quanto segue.

Sia ora :

$$l_1 \frac{dy}{dt} = w P^n \quad [A]$$

Poniamo :

$$l_1 \frac{d\Psi}{dt} = w P = l_1 \left[l_1^{\frac{1}{n}-1} \cdot w^{1-\frac{1}{n}} \left(\frac{dy}{dt} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad [1]$$

Ne risulterà :

$$d\Psi = w P dt$$

donde, integrando :

$$\Psi - \Psi_0 = \frac{w}{l_1} \frac{v}{\Omega} v \quad [2]$$

ed in conseguenza :

$$v^2 = \frac{2 f \omega}{H \mu} \varphi \quad [3]$$

avendo posto :

$$H = \frac{2 f w^2 \omega \mu}{\Omega^2 l_1^2} \quad (\text{modulo di caricamento})$$

Risulta, pertanto, *formalmente*, valido, per la posizione [1], il sistema di equazioni fondamentale della balistica interna (1), che acquista così notevole generalizzazione :

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{f \omega}{z \Omega} \frac{q_0 + \int_{q_0}^q \rho^\theta dq}{\rho^{1+\theta}} \\ v^2 &= \frac{2 f \omega}{\theta \mu} \left(q - \frac{q_0 + \int_{q_0}^q \rho^\theta dq}{\rho^\theta} \right) \\ \varepsilon = \log_e \rho &= \frac{1}{H} \int_{q_0}^q \frac{\frac{\omega^1 dq}{\theta}}{q - \frac{\theta}{H} \varphi} \end{aligned} \right\} \quad [4]$$

ovvero, anche :

$$\log_e \xi = \int_{q_0}^q \frac{dq}{q - \frac{\theta}{H} \varphi} - \log_e q_0 \quad [5]$$

avendo posto :

$$\frac{d\xi}{dq} = \rho^\theta$$

(1) ARGAN G., *op. cit.*

Da quanto precede si ha :

$$\frac{d\Psi}{dy} = P^{1-n}$$

ovvero :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi}{y^1 dq} &= P^{1-n} & \frac{d\varphi}{dq} &= \frac{2f\omega(\Psi - \Psi_0)}{Hz\Omega P^n} f^1(q) \\ \frac{d\varphi}{d\Psi} &= \frac{2f\omega(\Psi - \Psi_0)}{Hz\Omega P} \end{aligned} \right\} [6]$$

supponendo data la così detta funzione di forma (relazione tra y e q) $f^1(q)$.

Ovviamente, per $n = 1$ si ritrova :

$$\Psi = y \quad \frac{d\varphi}{dq} = \frac{2}{H} \frac{(y - y_0)}{P} f^1(q)$$

Per il punto di pressione massima stante l'identità formale della prima delle [4] sia per il caso $n = 1$ che per $n < 1$, sussisterà in entrambi i casi la relazione

$$\left(\frac{dq}{d\varphi} \right)_P = (1 + \theta) \frac{z\Omega}{f\omega} \bar{P}$$

eppertanto (per le [6]) sussisterà per n qualsiasi la nota proprietà :

$$\varphi^1 = \frac{H}{1 + \theta} \quad [7]$$

Come avvertito nei sopracitati lavori, se n è prossimo all'unità (per es. : $n \geq 0,9$) a parità di frazione di carica combusta q e di ogni altra circostanza : accogliendo l'ipotesi $n < 1$ si ottengono in generale :

- velocità maggiori
- numeri d'espansione φ (e quindi percorsi) maggiori
- pressioni minori

rispetto a quanto si ottiene supponendo $n = 1$.

Per il punto di pressione massima, si ha poi, in generale:

$$\frac{\bar{\Psi} - \Psi_0}{\bar{y} - y_0} = \frac{1}{\bar{P}^{1-n}} \quad [8]$$

(ovviamente questa relazione non comporta in genere parità di $\bar{q}$).

Osserviamo che $\bar{y} - y$ è proporzionale a $\bar{v}$ (nella ipotesi $n = 1$) e che invece $\bar{\Psi} - \Psi_0$ è proporzionale alla velocità $\bar{V}n$ per $n < 1$.

Osserviamo ancora che, in prima approssimazione, se è piccolo il valore dell'esponente $1 - n$ (per es.: 0,1 circa)

$$\bar{P}_n^{1-n} = \bar{P}^{1-n}$$

dove, ovviamente, $\bar{P}_n$ e $\bar{P}$ sono le pressioni massime corrispondenti rispettivamente alle due ipotesi $n < 1$ ed $n = 1$.

Allora se si sono calcolate, con le formule usuali, $\bar{y} - y$ e $\bar{P}$, la [8] fornisce un valore approssimativo di $\bar{\Psi} - \Psi_0$ e quindi di $\bar{V}n$.

Il sistema [4] è in generale risolvibile per una qualsiasi funzione di forma (1) perchè ogni soluzione di esso si riduce, in sostanza, al calcolo analitico o grafico dell'integrale al secondo membro della terza equazione del sistema stesso. E tale equazione lega tra loro due sole variazioni — separate — ρ e q (poichè si suppone assegnata la funzione di forma, e quindi nota la relazione tra φ e q o in altri termini tra velocità di traslazione del proietto e frazione di carica combusta).

Per $n < 1$, invece, sia le [4] che le [6] sono relazioni tra più di due variabili.

Interessa, quindi, anzitutto, dal punto di vista teorico, trovare una relazione tra due sole variabili.

Se poniamo, come nella [5]:

$$\xi = q_0 + \int_{q_0}^q \varphi^{\theta} dq$$

si ha:

$$P = \frac{f \omega}{z \Omega} \frac{\xi}{\xi_1^{\frac{1}{\theta} + 1}}$$

(1) Attribuisco nel presente articolo, come nei precedenti sopracitati, alla locuzione «funzione di forma» il significato, assai lato, di funzione di q tale da far sussistere la [4]; ovvero, di relazione tra frazione y di spessore combusto e frazione q di carica combusta. Non è detto che, in generale, tale relazione dipenda solo dalla forma geometrica del grano.

Si può scrivere, perciò:

$$\frac{d\Psi}{dy} = \left(\frac{f\omega}{z\Omega} \right)^{1-n} \left(\frac{\xi}{\xi^{\frac{1}{\theta}} + 1} \right)^{1-n}$$

da cui:

$$\Psi - \Psi_0 = K^{1-n} \int_{y_0}^y \left[\frac{\xi}{\xi^{\frac{1}{\theta}} + 1} \right]^{1-n} dy \quad [9]$$

avendo posto:

$$K^{1-n} = \left(\frac{f\omega}{z\Omega} \right)^{1-n}$$

Dalla terza equazione del sistema [4] si ha inoltre:

$$\frac{\theta}{H} d\varphi = \left[q - \frac{\theta}{H} \varphi \right] \frac{d\xi^\theta}{\xi^\theta}$$

e poichè:

$$d\varphi = 2(\Psi - \Psi_0) d\Psi$$

tenendo conto della [3] e della seconda delle [4] si ricava:

$$\frac{\xi}{\xi^{12}} d\xi^1 = 2 \frac{\theta}{H} (\Psi - \Psi_0) d\Psi$$

da questa e dalla [9] si deduce:

$$\frac{\xi}{\xi^{12}} d\xi^1 = 2 \frac{\theta}{H} K^{2(1-n)} \left\{ \int_{q_0}^q \left[\frac{\xi}{\xi^{\frac{1}{\theta}} + 1} \right]^{1-n} y' dq \right\} \left[\frac{\xi}{\xi^{\frac{1}{\theta}} + 1} \right]^{1-n} y' dy \quad [10]$$

che è la relazione generale, per qualsiasi valore di n e per qualsiasi funzione di forma, tra ξ e q ; con ovvii passaggi, ne deriva:

$$\frac{d}{dq} \left[\frac{\xi^n \xi' \left(\frac{1}{\theta} + 1 \right) (1-n)^{-2} \xi''}{y'} \right] = 2 \frac{\theta}{H} K^{2(1-n)} \left[\frac{\xi}{\xi^{\frac{1}{\theta}} + 1} \right]^{1-n} y' \quad [10^{bis}]$$

La [10] e la [10^{bis}], molto difficilmente trattabili nel caso generale, sono suscettibili di semplificazione in casi particolari.

Per polveri a combustione costante ($y = q$ e quindi $y' = 1$) la [10^{bis}] consente anche qualche sviluppo di interesse pratico.

In tale ipotesi, ponendo

$$\frac{1}{\theta} + 1 = \alpha e^{\xi'} = \sigma$$

si ha infatti:

$$n \xi^{2(n-1)} \sigma^{2\alpha(1-n)} \frac{d\sigma}{d\xi} + [\alpha(1-n) - 2] \xi^{2n-1} \sigma^{2\alpha(1-n)-2} \frac{d\sigma}{d\xi} + \\ + \xi^{2n-1} \sigma^{2\alpha(1-n)-1} \left[\left(\frac{d\sigma}{d\xi} \right)^2 + \sigma \frac{d^2\sigma}{d\xi^2} \right] = \frac{2\theta}{H} K^{2(1-n)} \quad [11]$$

Per alcuni valori di α e di n la [11] dà modo di pervenire a formule che possono porsi a base di metodi di calcolo approssimato.

A tal fine, osserviamo, anzitutto, che per q piccolo, (ma non nullo) (e in conseguenza per ξ prossimo a zero e $\xi' = \varphi^\theta$ prossimo all'unità) si può porre, in prima approssimazione:

$$\xi = q_0 + \int_{q_0}^q \varphi^\theta dq \approx q_0 + \frac{\varphi^\theta + 1}{2} (q - q_0)$$

donde:

$$\varphi^0 = \sigma (= \xi') = \frac{\xi'}{2} + \frac{\xi''}{2} (q - q_0) + \frac{1}{2}$$

$$\sigma' (= \xi'') = \xi'' + \frac{\xi'''}{2} (q - q_0)$$

da cui $\xi''' \approx 0$ non potendo essere $q - q_0 = 0$

Tenendo conto che:

$$\frac{d\sigma}{d\xi} = \frac{\xi''}{\xi'} \quad \frac{d^2\sigma}{d\xi^2} = \frac{\xi' \xi''' - \xi''^2}{\xi'^3} \approx - \frac{\xi''^2}{\xi'^3}$$

risulta in prima approssimazione:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\xi} \right)^2 + \sigma \frac{d^2\sigma}{d\xi^2} \approx 0 \quad [12]$$

Se si assume $n = \frac{2}{3}$ (valore proposto, ad esempio, dal Gossot e dal Liouville) e $\theta = 0,2$ dalla [11] si ricava:

$$\frac{2}{3} \sigma^3 \frac{d\sigma}{d\xi} + \xi \sigma^3 \left[\left(\frac{d\sigma}{d\xi} \right)^2 + \sigma \frac{d^2\sigma}{d\xi^2} \right] = \frac{2\theta}{H} K^{\frac{2}{3}} \xi^{\frac{2}{3}} \quad [13]$$

e semplificando, secondo la [12]:

$$\int_1^\sigma \sigma d\sigma \approx \frac{3\theta}{H} K^{\frac{2}{3}} \int_0^\xi \xi^{\frac{2}{3}} d\xi \quad [13^{bis}]$$

è da notare che, per q molto piccolo, ξ è assai minore di φ^0 (pressapoco un ottavo) e ciò convalida la legittimità di trascurare, in prima approssimazione, il secondo termine del primo membro della [13] di fronte al primo.

Analogamente, sempre per $\theta = 2$ e per $n = \frac{5}{6}$ (assai prossimo al valore $n = 0,85$ proposto dal Desmazières), dalla [11] si ottiene:

$$\frac{5}{6} \sigma \frac{d\sigma}{d\xi} - \xi \frac{d\sigma}{d\xi} + \xi \sigma \left[\left(\frac{d\sigma}{d\xi} \right)^2 + \sigma \frac{d^2\sigma}{d\xi^2} \right] = \frac{2\theta}{H} K^{\frac{1}{3}} \xi^{\frac{1}{3}} \quad [14]$$

e tenendo conto della [12], nonchè del fatto che anche $\frac{5}{6} \xi \frac{d\sigma}{d\xi}$ si può trascurare, in prima approssimazione rispetto a $\sigma \frac{d\sigma}{d\xi}$:

$$\int_1^\sigma \sigma d\sigma \approx \frac{12}{5} \frac{\theta}{H} K^{\frac{1}{3}} \int_0^\xi \xi^{\frac{1}{3}} d\xi \quad [14^{bis}]$$

Espressioni consimili si possono ricavare per altri valori particolari di θ e di n che offrano la possibilità di separare, con procedimenti più o meno approssimati, le due variabili, e che abbiano un certo interesse pratico.

Invece, per $n = 1$, con la semplificazione suggerita dalla [12] si perverrebbe a:

$$\frac{1}{2\sigma} \frac{d\sigma}{d\xi} - \frac{\xi}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{d\xi} = \frac{\theta}{H}$$

e non sembra lecito trascurare $\frac{\xi}{\sigma^2}$ di fronte a $\frac{1}{2\sigma}$, tanto più in sede di risoluzione dell'equazione differenziale.

Sulle basi offerte dalle formule di cui sopra, si potrebbero mettere a punto dei metodi di calcolo per approssimazioni successive. Tale messa a punto esorbita dai limiti del presente articolo; potrebbe, se mai, formare oggetto di uno studio a sè stante.

Più semplice, e valido per qualsiasi funzione di forma (ma applicabile, in ogni caso, solo per n molto prossimo all'unità: non inferiore a 0,5 circa) sarebbe il metodo che ho accennato nei lavori sopracitati.

Dalla prima delle [6] tenendo conto della [1] si ha:

$$\frac{l_1 \Omega}{w \mu} d\Psi = dv_n = \frac{l_1 \Omega}{w \mu} P_n^{1-n} dy$$

Avendo indicato con P_n e V_n la pressione e la velocità relative alla ipotesi $n < 1$.

Se n è molto prossima alla unità e se, in conseguenza, ammettiamo che, in prima approssimazione, la costante w possa considerarsi praticamente uguale nei due casi e che si abbia:

$$P_n^{1-n} \approx P^{1-n}$$

a parità di frazione di carica combusta q potremo scrivere:

$$dv_n = \int_0^v P_n^{1-n} dv \approx \int_0^v P^{1-n} dv \quad [15]$$

essendo P e v la pressione e la velocità che — a parità di frazione di carica combusta — si otterrebbero ammettendo l'ipotesi $n = 1$.

Allora, assunta una conveniente pressione di forma $y(q)$, la [15] consente di calcolare, per ogni q , un primo valore approssimato di V_n , mediante i valori dei vari elementi (in particolare, la pressione) ottenuti accogliendo l'ipotesi $n = 1$. Si otterrà così un primo diagramma approssimato di $\varphi_n (= \Psi - \Psi_c)$ in funzione di q e quindi ricorrendo al sistema [4] un corrispondente primo diagramma (P_n, q) .

Posti al secondo membro della [15] i valori P_n così ottenuti, si perverrà (per ogni q) a nuovi valori approssimati di V_n donde un nuovo diagramma (φ_n, q) e correlativamente (P_n, q) e così di seguito (1).

Naturalmente, sia nell'uso di questo metodo di approssimazioni successive che degli altri deducibili dalla [11] e seguenti, occorrerà attribuire

(1) ARGAN G., *op. cit.*

alla costante w appropriato valore, in relazione alle risultanze delle esperienze in vaso chiuso che abbiamo suggerito nell'adottare la ipotesi:

$$I_1 \frac{dy}{dt} = w P^n$$

e, nella messa a punto dei metodi stessi, anche in base ai risultati delle misure sperimentali di P e di v (in particolare, ma non esclusivamente, della pressione massa P e della velocità alla bocca Vb) ottenute al tiro.

E' ancora da avvertire che la generalità del sistema di equazioni [4], a parte l'approssimazione dovuta alle ipotesi di carattere termodinamico su cui sostanzialmente è basata la balistica interna razionale, è limitata dal fatto che in esso implicitamente si ammette che delle resistenze al moto del proiettile nell'interno della bocca da fuoco possa tenersi conto mediante congrua maggiorazione fittizia della massa m del proietto stesso.

Di una forma più generale del sistema, valevole per qualsiasi funzione R rappresentante le resistenze al moto, ho trattato nei suddetti lavori.

Ma l'inserire anche l'ipotesi n qualsiasi nella forma più generale del sistema (funzione R qualsiasi) porterebbe a complicazioni analitiche così gravi, da rendere pressochè impossibile qualsiasi applicazione pratica.

Perciò mi sono astenuto dal tentare in questa sede una così spinta ulteriore generalizzazione, impari alle mie modeste forze, pur considerandola augurabile.

Evidentemente, anche a prescindere da opportune revisioni delle basi stesse della balistica interna (si pensi per es.: all'influenza che su queste possono avere gli sviluppi del problema di Lagrange) occorre far ricorso ai più affinati procedimenti analitici, per adeguare questo ramo della Scienza delle costruzioni d'artiglieria alle sue attuali esigenze teoriche e pratiche.

II

Il trattato di balistica interna (Internal Ballistics) compilato a cura del Ministry of Supply (Londra 1951) dedica un intero capitolo (il decimo) alla balistica interna delle polveri a legge di combustione non lineare.

Questo trattato assume particolare interesse non solo per l'Ente che ne ha promossa la compilazione, ma anche per le modalità di questa e la qualifica dei collaboratori.

Della redazione del trattato fu incaricato un comitato presieduto dal col. Hunt della Vickers Armstrong; i singoli capitoli sono dovuti ad uno o più membri del Comitato o ad altri collaboratori.

Il capitolo X, che particolarmente c'interessa, fu scritto dallo stesso col. Hunt e dal dott. Clemmow (1).

Quasi contemporaneamente a quest'opera è stato pubblicato un altro volume di balistica interna (*Theory of the interior ballistics of guns*) del dott. Corner dello Stabilimento britannico di ricerche d'armamento Londra e New York, 1950).

Il dott. Corner è tra i redattori della suaccennata « Internal Ballistics »; cosicchè si può dire che le due opere si completano a vicenda e riflettono indirizzi e punti di vista analoghi.

Anche il Corner si occupa, sebbene un po' più brevemente, del nostro argomento.

Il procedimento seguito dagli autori suddetti nello sviluppo delle formule della balistica interna razionale, non differisce notevolmente da quello usuale, accostandosi forse, come impostazione delle formule, più al Bianchi che allo Charbornier, al Sugot ed al Mainardi. Però, anch'essi, come questi ultimi autori, non seguono il Bianchi nell'assumere, quale parametro di adattamento delle formule, l'esponente della politropica.

Una particolarità del metodo inglese, rispetto ai più noti metodi italiani e francesi, consiste nella diversa posizione del così detto numero d'espansioni per il quale, com'è noto, in genere noi poniamo:

$$\rho = \frac{s - z}{z}$$

dove: s è lo spazio percorso dal proietto; z è la lunghezza del volume libero della camera a polvere, data da:

$$z = \frac{W - \eta \omega}{\Omega}$$

essendo:

W = volume della camera a polvere

ω = peso di carica

η = una funzione del covolume α dell'esplosivo e della frazione di carica combusta q

$$\eta = \frac{1}{\delta} + \left(\alpha - \frac{1}{\delta} \right) q$$

(1) Sebbene frutto di un'attività collettiva (sotto gli auspici del consiglio consultivo scientifico del Ministry of Supply) l'opera si presenta, nell'insieme, organica ed assai aggiornata (dedica un'appendice anche alla balistica interna dei cannoni senza rinculo). E' corredata di una pregevole, sebbene non del tutto esauriente, bibliografia.

$\bar{\epsilon}$ = densità dell'esplosivo solido.

Però in pratica noi assumiamo un valore medio di γ costante.

Ω = superficie della sezione retta dell'anima.

L'Internal Ballistics pone invece (svolgendo in simboli nostri):

$$\frac{s+z}{z} = \frac{s+h}{h} - \frac{\omega}{\Omega h} \left(z - \frac{1}{\delta} \right) q \quad [16]$$

dove h è la lunghezza ridotta iniziale della camera a polvere, e cioè $h = Z_0$

$$h = \frac{W - \frac{\omega}{\bar{\epsilon}}}{\Omega}$$

La soluzione del problema balistico, viene ricavata in generale, supponendo variabile con q , e non costante, il secondo termine della [16]; sotto questo aspetto, pertanto, il procedimento inglese gode di maggior generalità rispetto a molti procedimenti in uso italiani, francesi e tedeschi.

Però, spesso, l'Internal Ballistics considera il termine suddetto come trascurabile o praticamente costante, ricadendo così in casi particolari di più facile soluzione.

In conseguenza della posizione [16] l'equazione di Résal, ad esempio, che noi in genere scriviamo:

$$P \Omega (s+z) + \frac{\theta \mu v^2}{2} = f \omega q$$

verrebbe scritta dall'Internal Ballistics come segue:

$$P \Omega h \left[\frac{(s+h)}{h} - Bq \right] + \frac{\theta \mu v^2}{2} = f \omega q$$

avendo posto:

$$B = \frac{\omega}{\Omega h} \left(\alpha - \frac{1}{\delta} \right)$$

Alla nostra $\varphi = \frac{s+z}{z}$ viene a sostituirsi, nella trattazione inglese (con ruolo, peraltro non del tutto equivalente, salvo il caso $B=0$) una funzione: $r = \frac{s+h}{h}$.

L'Internal Ballistics si attiene alla teoria del Bianchi semplificata per quanto si riferisce alla funzione di forma che pone nella forma :

$$q = (1 - J) (1 + \lambda J) \quad [17]$$

essendo :

$$J = 1 - y$$

e perciò :

$$q = (1 + \lambda) y - \lambda y^2$$

che è appunto la forma ridotta binomia del Bianchi.

Pertanto, l'Internal Ballistics adotta una particolare espressione della funzione di forma.

Ciò premesso, per

$$l_1 \frac{dy}{dt} = w P^n$$

si ha, per la [17]

$$- l_1 \frac{dJ}{dt} = w P^n$$

Lo Hunt ed il Clemmow, analogamente a quanto da noi precedentemente esposto, pongono :

$$v = K \Phi$$

dove :

$$\Phi = N (\Psi - \Psi_0)$$

Ne risulta :

$$\Phi \frac{d\Phi}{dr} = M \frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} \quad [18]$$

essendo K , N ed M costanti facilmente deducibili, tenuto conto del significato di H e delle posizioni suindicate.

Se si pone:

$$\frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} = \zeta$$

e se si ricorda che Φ è proporzionale a $(\Psi - \Psi_0)$ ed entrambi sono proporzionali a v , mentre ξ è proporzionale alla pressione P , ed infine che $J = 1 - y$ ed $r = \frac{s+h}{h}$, ne risulta che la [18] è analoga a:

$$\frac{2 f \omega}{H z \mu} (\Psi - \Psi_0) \frac{d\Psi}{d\varphi} = \frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1}$$

quale si può dedurre dalla [2] e seguenti; d'altra parte, se si considera che:

$$dt = \frac{ds}{v}$$

e se si tiene conto delle posizioni fatte, si ha:

$$\Phi \frac{dJ}{dr} = -\zeta^n \quad [19]$$

pure analoga a:

$$(\Psi - \Psi_0) \frac{dy}{d\varphi} = \left(\frac{f \omega}{z \Omega} \right)^n \left(\frac{H \mu}{2 f \omega} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{z w}{l_1} \left[\frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} \right]^n \quad [19^{bis}]$$

come si ricava dalla [1] e dalla [2].

Perciò lo Hunt e il Clemmow trovano:

$$\frac{d\Phi}{dJ} = -M \zeta^{1-n} \quad [20]$$

analogamente a:

$$\frac{d\Psi}{dy} = \left(\frac{f \omega}{z \Omega} \right)^{1-n} \left[\frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} \right]^{1-n} \quad [20^{bis}]$$

Poichè dalla [19] si ha:

$$\Phi = -\zeta^n \frac{dr}{dJ}$$

Io Hunt ed il Clemmow deducono :

$$\frac{d \Phi}{dJ} = \frac{d}{dJ} \left[- \zeta^n \frac{dr}{dJ} \right]$$

e cioè, per la [20]

$$\frac{d}{dJ} \left[\zeta^n \frac{dr}{dJ} \right] = M \zeta^{1-n} \quad [21]$$

Analogamente, dalla [19^{bis}] si dedurrebbe :

$$\frac{d \Psi}{dy} = \frac{d}{dy} \left[\left(C \frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} \right)^n \right]$$

avendo indicato con G^n il complesso delle costanti al secondo membro e quindi, per la [20^{bis}] si avrebbe :

$$\frac{d}{dy} \left[\left(C \frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} \right)^n \right] = \left[\frac{f \omega}{z \Omega} \right]^{1-n} \left[\frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1} \right]^{1-n} \quad [20^{\text{ter}}]$$

Lo Hunt e il Clemmow, dunque, ottengono la [21] eliminando la Φ .

La eliminazione della $(\Psi - \Psi_0)$, che ha significato analogo, è stata invece da noi ottenuta, con procedimento un po' diverso, mediante la [9] e mediante la [3] e la seconda delle [4] pervenendo alla [10] che ha significato consimile alla [21].

Senonchè, mentre nella relazione [21] di Hunt e Clemmow compaiono tre variabili ($J = 1 - y$, $r = \frac{s+h}{h}$ e ζ) nella [10] ne compaiono solo due (q e ξ essendo $\xi' = \frac{d\xi}{dq}$) ove, naturalmente, si tenga conto che si considera nota sia nell'un caso che nell'altro, la relazione (funzione di forma) che lega y a q (o J a q).

Ciò dipende dal fatto, su accennato, che per l'Internal Ballistics si considera funzione di q , e non costante, il termine contenente il convolume dell'esplosivo.

Ne deriva che nella ξ , identica (a meno di una costante) alla :

$$\frac{\xi}{\xi' \frac{1}{\theta} + 1}$$

non entra la ξ' quale derivata tra ξ' e q . In altri termini, il numero d'espansioni r , nel concetto inglese, non s'identifica col nostro φ ed in particolare non gode della proprietà:

$$\varphi^{\theta} = \frac{d\xi}{dq}$$

cioè per l'Internal Ballistics la terza del sistema [4] non sussiste, per lo meno col significato ivi attribuito alle variabili che vi compaiono.

Naturalmente, la difficoltà viene eliminata, e la [21] può ridursi a due sole variabili, quando si trascuri il termine Bq contenente il covolume.

E' quanto ammettono lo Hunt ed il Clemmov, per pervenire ad una prima soluzione analitica del problema, aggiungendovi, inoltre, la condizione che si tratti di polvere a combustione costante.

Si perviene perciò sostanzialmente al caso particolare rappresentato dalla [11]. Con la restrizione, però, che mentre in quest'ultima abbiamo supposto polvere a combustione costante e valore medio γ del termine esprime, in z , il covolume, gli autori inglesi suppongono il termine relativo al covolume nullo.

In tali ipotesi, la [21] diventa

$$\frac{d}{dq} \left[z^a \frac{d}{dq} \right] = M z^{1-n}$$

ma:

$$dq = a X^{-\theta m} Y^{a-1} M^{-a} dY$$

ove si ponga:

$$r = X^m \quad \zeta r^{\theta} = \left(\frac{Y}{M} \right)^a$$

essendo m ed a costanti opportunamente scelte.

Se si pone:

$$m = \frac{2}{1 + \theta - a}$$

ed

$$a = \frac{1}{3 - 2n}$$

e s'introduce una nuova variabile Z tale che:

$$Y = Z \frac{(1 + a)}{a(1 + \theta - a)}$$

si ottiene, infine, la relazione:

$$\frac{2 X Z}{1 + a} \frac{d^2 X}{d Z^2} - \frac{2 \theta a Z}{(1 + a)(1 + \theta - a)} \left(\frac{d X}{d Z} \right)^2 + X \left(\frac{d X}{d Z} \right) = 1 \quad [22]$$

che è l'analogo della [11], purchè si tengano presenti le avvertenze di cui sopra.

Con le posizioni fatte, le due variabili X e Z diventano, nei simboli da noi adottati:

$$X = \varphi^{\frac{1 + \theta - \frac{1}{3 - 2n}}{2n}}$$

$$Z = \frac{\left(1 + \theta - \frac{1}{3 - 2n}\right)}{(3 - 2n) \left(1 + \frac{1}{3 - 2n}\right)} \cdot M \left(\frac{q_0 + \int_{q_0}^q \varphi^{\theta} dq}{\varphi} \right)^{3 - 2n}$$

con M costante, dipendente dai parametri di caricamento.

Il significato, invece, delle due variabili che figurano nella [11] è dato da:

$$\xi = q_0 + \int_{q_0}^q \varphi^{\theta} dq$$

$$\sigma = \varphi^{\theta}$$

eppertanto:

$$X = \sigma^{\frac{1}{\theta}} \varphi^{\frac{1 + \theta - \frac{1}{3 - 2n}}{2n}}$$

$$Z = \frac{1 + \theta - \frac{1}{3 - 2n}}{(3 - 2n) \left(1 + \frac{1}{3 - 2n}\right)} \cdot M \left(\frac{\xi}{\sigma^{\frac{1}{\theta}}} \right)^{3 - 2n}$$

ove, bene inteso, si consideri il coefficiente del covolume nullo.

Lo Hunt ed il Clemmow osservano che in base alla [22] la X e la Z possono essere calcolate con procedimento di approssimazioni successive e che, in particolare, per un dato tipo di propellente, la [22], la quale relazione tra la X e la Z , dipende solo dalle condizioni iniziali, e cioè dai pa-

rametri di caricamento, nel senso che è definita, posto che questi siano fissati. Il che si verifica (come risulta dal suriportato confronto del significato delle variabili prescelte) anche per la [11].

Il col. Hunt e il prof. Cleumow espongono anche una soluzione del problema (basata su sviluppi in serie) per il caso di polvere a combustione non costante (però sempre rispondente a funzione di forma binomia ed ancora vincolata alla condizione semplificativa: coefficiente B del covolume nullo).

Trattano, infine, soluzioni basate sulla ipotesi che, nella formula di Résal, possa considerarsi trascurabile il termine contenente la forza viva del proiettile, il che potrebbe verificarsi per valori molto piccoli di θ . Tale notevole semplificazione non è, tuttavia, come gli autori stessi osservano, per lo più ammissibile e pertanto soluzioni di tal genere, sebbene analiticamente meno ardue, non sembrano di apprezzabile interesse pratico.

Come si rileva dai cenni di cui sopra, le ricerche nostre e quelle inglesi, pervengono a risultati sostanzialmente non dissimili, pur partendo da premesse alquanto diverse, ed offrono, se non erro, le une e le altre, una base per l'ulteriore metodico sviluppo — teorico e pratico — del problema.

Le nostre ricerche sono impostate su una visione più generale perchè non vincolata in partenza alla scelta di una determinata funzione di forma (che eventualmente potrebbe essere anche una funzione contenente un parametro indice di vivacità, quale quella dello Charbonnier o addirittura anche una funzione dedotta sperimentalmente).

Pertanto la formula [10^{bis}] del presente studio si presenta come formula comprensiva delle eventuali soluzioni particolari più generale di quelle analoghe dell'Internal Ballistics.

Per contro l'impostazione della Internal Ballistics (in conformità alla trattazione della balistica interna razionale ivi seguita) considera il covolume variabile lungo il percorso del proiettile nell'anima; il che è indubbiamente preferibile dal punto di vista del rigore analitico.

Però, praticamente, tale vantaggio viene quasi del tutto annullato dalla necessità di ammettere trascurabile il coefficiente B del covolume, accettando così una restrizione maggiore di quella, a noi usuale, del parametro rappresentativo del covolume medio costante.

Soggiungo, infine, che mentre, come mostrano la Internal Ballistics ed anche la Theory of the interior ballistics of guns, studiosi inglesi e tedeschi hanno calcolato tabelle relative alla ipotesi $n < 1$, presso di noi elaborazioni di metodi di calcolo, a questo riguardo, non ne sono state ancora effettuate; anche perchè le caratteristiche delle polveri impiegate in Italia non avevano sino ad ora reso presso di noi praticamente attuale la questione.

Utilizzazione delle correzioni sperimentali

(Trasporti di tiro)

Cap. d'art. OSCAR MARTINELLI

CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO E CORREZIONI RESIDUE.

1. Quando su di un segno A , di posizione topografica nota, si aggiusta il tiro sino al più alto grado di approssimazione, i dati di aggiustamento conseguiti differiscono in misura più o meno notevole dai dati tabulari che corrispondono alla posizione topografica del segno stesso.

Tali differenze, in eccesso o in difetto, vengono denominate *correzioni di aggiustamento del momento* perchè si riferiscono alle condizioni esistenti al momento del tiro, e si indicano genericamente col simbolo Δ_a .

Queste correzioni di natura sperimentale, oltre a compensare le discordanze esistenti tra le effettive condizioni del tiro e quelle tabulari — accerzabili con i mezzi di cui si dispone — compensano anche aliquote di variazioni sistematiche che sfuggono ad ogni possibilità di identificazione. La loro approssimazione è, conseguentemente, migliore di quella che si potrebbe ottenere con il calcolo.

2. Le correzioni di aggiustamento del momento sono da attribuire:

- alle *condizioni del tiro* (discordanze rispetto alle condizioni tabulari);
- agli *errori tabulari* (approssimazioni delle ipotesi e dei procedimenti applicati per la costruzione delle tavole di tiro);
- agli *errori topografici* (approssimazione dei dati di posizione attribuiti al segno A , rispetto alla bocca da fuoco);
- agli *errori di puntamento*.

Le discordanze che si hanno tra le effettive condizioni del tiro e le condizioni tabulari si possono, com'è noto, in gran parte accertare; ma si hanno pur sempre aliquote di variazioni sistematiche che sfuggono ad ogni possibilità d'identificazione.

Gli errori topografici e tabulari si possono contenere entro limiti pratici soddisfacenti; ma non si possono facilmente identificare nella loro effettiva entità.

Gli errori di puntamento si possono considerare praticamente trascurabili, se i relativi congegni sono in buono stato e vengono impiegati secondo le prescrizioni regolamentari.

3. In conseguenza, le quantità Δ_a si possono esprimere come risultanti di più termini: uno (Δ_c) dipendente dalle variazioni ΔV , Δt , Δp , ΔB , $\Delta \tau$, W , *accertabili*, e quindi suscettibili di correzione; uno (Δ_i) dipendente dalle variazioni ΔV , Δt , Δp , ΔB , $\Delta \tau$, W , *non accertabili*, e quindi necessariamente *incognite*; uno (Δ_{it}) dipendente dall'insieme degli errori — incogniti — tabulari e topografici. Perciò si può scrivere:

$$\Delta_a = \Delta_c + \Delta_i + \Delta_{it}.$$

Ove si indichi con Δ_r la somma algebrica dei termini che dipendono da cause *non identificabili*, ossia:

$$\Delta_r = \Delta_i + \Delta_{it},$$

si ha:

$$\Delta_a = \Delta_c + \Delta_r$$

da cui:

$$\Delta_r = \Delta_a - \Delta_c.$$

Le quantità Δ_r , differenze tra le correzioni di aggiustamento e le correzioni calcolate in base alle variazioni accertabili, costituiscono una particolare categoria di correzioni sperimentali, che vengono denominate « *correzioni di aggiustamento ridotte alle condizioni tabulari o correzioni residue* ».

CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO DEL MOMENTO E LORO UTILIZZAZIONE.

4. Si definisce:

— *correzione di aggiustamento del momento in distanza*, la quantità:

$$\Delta x_a = x_a - x;$$

— *correzione di aggiustamento del momento in direzione*, la quantità:

$$\Delta d_a = d_a - d_s \quad (1);$$

— *correzione di aggiustamento del momento in spoletta*, la quantità:

$$\Delta G_a = G_a - G_t \quad (2).$$

(1) d_s è la direzione topografica corretta dello scostamento tabulare per la posizione topografica del segno.

(2) G_t è la spoletta tabulare per la posizione topografica del segno.

5. UTILIZZAZIONE DELLE CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO DEL MOMENTO. — Se a parità di condizioni balistiche ed atmosferiche si aggiusta il tiro su due diversi obiettivi *A* e *B* in posizioni tali da non superare i limiti di distanza, direzione e quota indicati al n. 7, si può ammettere che:

$$a) \quad \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{T_A}{T'_B} \quad (1)$$

$$b) \quad \Delta d_A = \Delta d_B$$

$$c) \quad \frac{\Delta G_A}{\Delta G_B} = \frac{T_A}{T'_B} \quad (1)$$

Tali relazioni possono essere utilizzate allorché, ricavate le correzioni di aggiustamento del momento per un determinato obiettivo *A* (*obiettivo ausiliario*), si vogliano determinare i dati di efficacia per battere un obiettivo *B* (*obiettivo reale*), purché:

— si conoscano con precisione le posizioni reciproche degli obiettivi e del pezzo;

— l'aggiustamento sull'obiettivo ausiliario sia effettuato sino al più alto grado di approssimazione (cioè a meno di una striscia) impiegando la stessa carica da usare nel tiro di efficacia contro l'obiettivo da battere;

— i due tiri siano effettuati nelle stesse condizioni del momento.

Questo procedimento costituisce il *trasporto di tiro immediato*.

6. Il tiro da utilizzare potrà anche essere eseguito sullo stesso obiettivo da altra posizione e su altro obiettivo da altra posizione (*trasporto di origine e trasporto doppio*).

7. LIMITI DI UTILIZZAZIONE DELLE CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO DEL MOMENTO. — Le correzioni di aggiustamento del momento, relative ad un obiettivo ausiliario, si possono utilizzare per determinare i dati di efficacia per battere un obiettivo reale, purché:

— la *differenza di distanza* fra i due obiettivi, di massima, non superi i 1000 metri per le medie distanze di tiro; tale limite potrà anche essere sorpassato alle distanze più grandi e con forti velocità iniziali; dovrà essere diminuito alle minori distanze;

— la *differenza di quota* non superi i 400 metri; tale limite potrà anche essere sorpassato in condizioni atmosferiche calme;

(1) T'_A e T_B sono le durate delle traiettorie relative, rispettivamente, alle distanze topografiche degli obiettivi *A* e *B*.

— la differenza di direzione non superi i 200° ; con vento debole (intensità di circa 2 m/s) tale limite può essere portato a 300° .

8. DETERMINAZIONE DELLE CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO DEL MOMENTO. — Le operazioni che si devono compiere per la determinazione delle correzioni di aggiustamento del momento, relative ad un obiettivo ausiliario, sono le seguenti:

1° *Correzione di aggiustamento del momento in distanza Δx_a .*

— si determina, mediante aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, il valore dell'alzo di aggiustamento α_a ;

— si ricerca, sulla tavola di tiro, in base all'alzo α_a , la distanza d'alzo di aggiustamento x_{α_a} ;

— si riduce la x_{α_a} alla velocità tabulare ed all'orizzonte del pezzo (1) e si ottiene la distanza di aggiustamento x_a ;

— si sottrae dalla x_a la distanza topografica x e si ottiene la correzione di aggiustamento del momento in distanza Δx_a relativa all'obiettivo ausiliario.

2° *Correzione di aggiustamento del momento in direzione Δd_a .*

— si determina, mediante aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, il valore della direzione di aggiustamento d_a ;

— si aggiunge alla direzione topografica lo scostamento tabulare e si ottiene la direzione tabulare d_s ;

— si sottrae dalla direzione di aggiustamento la direzione tabulare e si ottiene la correzione di aggiustamento del momento in direzione Δd_a relativa all'obiettivo ausiliario.

3° *Correzione di aggiustamento del momento in spoletta ΔG_a .*

— si determina, mediante aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, il valore della spoletta di aggiustamento G_a ;

(1) Il procedimento di riduzione dei dati di aggiustamento alle condizioni tabulari (o procedimento inverso), consiste nello spogliare i dati di aggiustamento delle variazioni che hanno influito sul tiro.

La prima di tali riduzioni (alla velocità tabulare), si esegue, pertanto, aggiungendo (col proprio segno) alla x_{α_a} la variazione Δx_v , ricavata dalla tavola di tiro « Tabella delle variazioni Δx corrispondenti alle variazioni della velocità iniziale », in base alla x_{α_a} ed alla velocità di regime del pezzo. Per materiali muniti di alzo con dispositivo per la correzione automatica della velocità di regime, non si deve, evidentemente, effettuare tale riduzione.

La seconda riduzione (all'orizzonte del pezzo) si esegue aggiungendo (col proprio segno) alla x_{α_a} , modificata della prima riduzione, la variazione Δx_{α_a} , ricercata sulla tavola di tiro « Abbaco B della variazione Δx_{α_a} », in base alla x_{α_a} , ridotta come detto sopra, al sito dell'obiettivo ed alla velocità di regime del pezzo.

- si ricerca, sulla tavola di tiro, la *spoletta tabulare* G_1 ;
- si sottrae dalla *spoletta di aggiustamento* la *spoletta tabulare* e si ottiene la *correzione di aggiustamento del momento in spoletta* ΔG_a .

9. L'obiettivo ausiliario può essere rappresentato, anzichè da un segno reale del terreno, dal *centro di un gruppo di 8 colpi a percussione o a tempo*, di cui si possa determinare la posizione topografica rispetto al pezzo.

L'esecuzione di un *gruppo di colpi a tempo* permette di eseguire meglio il rilevamento dei colpi, ma il principale vantaggio che se ne può trarre è quello di svincolare completamente, da ogni legame col terreno, l'obiettivo ausiliario.

Per il rilevamento dei colpi è indispensabile il concorso di tre osservatori.

10. Eseguito un gruppo di 8 colpi a percussione o a tempo e determinata la posizione topografica del centro C dei punti di arrivo o di scoppio, si considera detto *centro* come un vero e proprio *obiettivo ausiliario*. A questo, nelle condizioni del momento in cui si è eseguito il gruppo di colpi, corrispondono come dati di aggiustamento: l'*angolo di tiro* e la *direzione* impiegati dal pezzo nello sparare i colpi. Sottraendo dall'angolo di tiro l'angolo di sito relativo al centro del gruppo, si ottiene l'*alzò di aggiustamento* α_a .

La determinazione delle correzioni di aggiustamento del momento relative al centro C del gruppo di colpi (obiettivo ausiliario) si effettua con le stesse modalità già indicate (n. 8).

11. TRASPORTO DI TIRO IMMEDIATO. — Consiste nell'utilizzare le correzioni di aggiustamento del momento, ricavate per un obiettivo ausiliario, per ottenere i dati di efficacia relativi ad altro obiettivo (*obiettivo reale*) (n. 5).

I trasporti di tiro, oltre a consentire di determinare i dati di tiro con buona approssimazione, conferiscono ai tiri di efficacia il necessario carattere di sorpresa e trovano, perciò, utile applicazione nella manovra del fuoco.

Il tiro di efficacia sull'obiettivo reale B deve seguire immediatamente l'aggiustamento sull'obiettivo ausiliario A ; i due tiri debbono essere effettuati, cioè, nelle identiche condizioni del momento.

Per l'esecuzione del trasporto di tiro immediato, valgono tutte le norme, i criterî e le limitazioni esposti nel n. 5 e segg.

12. Ricavate le correzioni di aggiustamento del momento Δx_a , Δd_a e ΔG_a per l'obiettivo ausiliario A , come indicato al n. 8, si procede alla determinazione dei dati di tiro per l'obiettivo reale B , operando come segue:

1° Determinazione dell'alzo per l'obiettivo B.

— si ricava mediante l'espressione :

$$\Delta x_B = \Delta x_A \frac{T_B}{T_A} \quad (\text{v. relazione a, n. 5})$$

la correzione per l'obiettivo B (1) :

— si aggiunge la correzione Δx_B (col proprio segno) alla distanza topografica x_B e si ottiene la distanza corretta x_{cB} ;

— si ricerca, sulla tavola di tiro « Abbaco A della correzione $\Delta x_{\alpha, \varepsilon}$ » il complemento di distanza d'alzo per il sito in base alla velocità di regime del pezzo, alla distanza x_{cB} ed al sito ε_B e si aggiunge alla x_{cB} ottenendo in tal modo la distanza d'alzo corretta x_{zc} ;

— si apporta alla x_{zc} la correzione Δx_r , ricercata, sulla tavola di tiro, in base alla distanza x_{zc} ed alla velocità di regime del pezzo, e si ottiene la distanza d'alzo del momento x_{zm} ;

— si legge, sulla tavola di tiro, in base alla x_{zm} l'alzo del momento α_m .

2° Determinazione della direzione per l'obiettivo B.

— si ricerca, sulla tavola di tiro, lo scostamento tabulare per l'obiettivo B, (S_{tB}) ;

— si aggiungono (col proprio segno) alla direzione topografica d_B , la correzione Δd_A (v. relazione b, n. 5) e lo scostamento S_{tB} e si ottiene la direzione del momento d_{mB} .

3° Determinazione della spoletta per l'obiettivo B.

— si ricerca, sulla tavola di tiro, la spoletta tabulare G_t per l'obiettivo B ;

— si ricava mediante l'espressione :

$$\Delta G_B = \Delta G_A \frac{T_B}{T_A} \quad (\text{v. relazione c, n. 5})$$

la correzione per l'obiettivo B (2) :

— si aggiunge (col proprio segno) la correzione ΔG_B alla spoletta tabulare G_{tB} e si ottiene la spoletta del momento G_{mB} .

(1) Prima di eseguire la determinazione della correzione Δx_B , occorre, se necessario, rettificare la correzione Δx_A per le differenze esistenti nel peso del proietto e nella temperatura delle cariche, tra il tiro ausiliario ed il tiro sull'obiettivo reale B. Tale rettifica può rendersi particolarmente necessaria nei trasporti di origine.

(2) Si tenga presente che allorchando il trasporto di tiro venga effettuato *a tempo*, è necessario impiegare nei due tiri munizionamento dello stesso tipo e della medesima partita.

13. Nel caso particolare in cui le *differenze di distanza e quota* tra i due obiettivi (ausiliario e reale) *non superino rispettivamente i 400 e i 100 metri*, per determinare l'alzo si può operare più semplicemente così:

— conseguito l'aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, si fa la differenza fra l'alzo di *aggiustamento* e l'alzo *tabulare* relativi a detto obiettivo;

— si aggiunge (col proprio segno) tale differenza all'alzo *tabulare dell'obiettivo reale* e si assume senz'altro questo alzo per il tiro di efficacia sull'obiettivo reale.

14. INQUADRAMENTO DEL TERRENO. — Allo scopo di poter ricavare le *correzioni di aggiustamento del momento* da utilizzare nella determinazione dei dati di efficacia per battere qualsiasi obiettivo compreso nella zona d'azione, conviene, sempre che la situazione lo consenta, effettuare l'*inquadramento del terreno*, cioè eseguire, con un sol pezzo, l'aggiustamento sino al più alto grado di approssimazione (a meno di una striscia), su *punti di inquadramento* da assumere come obiettivi ausiliari; tali punti, situati nella zona d'azione, devono essere scelti tenendo presenti i limiti entro i quali le correzioni di aggiustamento sono applicabili.

I punti di inquadramento, pertanto, devono:

- risultare distribuiti sull'intera estensione della zona d'azione ad intervallo medio di circa 400^m in direzione e 2000 metri in distanza;
- essere individuabili senza possibilità di equivoci;
- consentire la esatta determinazione della loro posizione;
- favorire l'osservazione dei colpi.

15. Le correzioni di aggiustamento del momento, relative ai punti di inquadramento, vengono determinate come detto al n. 8.

La utilizzazione delle correzioni di aggiustamento per battere qualsiasi obiettivo della zona d'azione, si effettua con il procedimento del *trasporto di tiro* (n. 12).

6. INQUADRAMENTO DEL TERRENO PER LA COSTRUZIONE DEL GRAFICO DELLE CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO DEL MOMENTO. — Poichè la scelta dei punti di inquadramento rispondenti ai requisiti indicati al numero precedente può risultare lunga e laboriosa ed allo scopo di rendere più spedita la utilizzazione delle correzioni di aggiustamento, conviene effettuare l'*inquadramento del terreno* assumendo come obiettivi ausiliari centri di gruppi di colpi a percussione o a tempo.

L'inquadramento del terreno eseguito con questa modalità, oltre al vantaggio di svincolare la scelta dei punti di inquadramento dai legami col terreno, offre la possibilità di effettuare — entro i limiti di validità del tra-

sporto di tiro — una distribuzione più razionale dei punti stessi. Tale distribuzione deve, infatti, rispondere alla finalità che il procedimento si prefigge e cioè consentire la costruzione del grafico delle correzioni di aggiustamento, mediante il quale è possibile ricavare con immediatezza le correzioni per qualsiasi obiettivo compreso nella zona d'azione.

17. *Scelta dei punti di inquadramento.* — In base all'ampiezza ed alla profondità della zona d'azione, si scelgono alcune direzioni intervallate fra loro di una quantità non superiore ai $400''$ e distanze ad intervallo non superiore ai 2000 metri. Associando le direzioni così fissate con ciascuna delle distanze scelte si ottengono coppie di valori (direzione - distanza) che definiscono la posizione planimetrica dei punti occorrenti per inquadrare la zona. Tali punti vengono denominati *punti di inquadramento fittizi*.

Dovendo, ad esempio, effettuare l'inquadramento di una zona di terreno compresa tra le direzioni $5850''$ e $550''$ e tra le distanze 6500 e 9500 metri (fig. 1), si possono fissare sei punti di inquadramento fittizi, distribuiti sulle

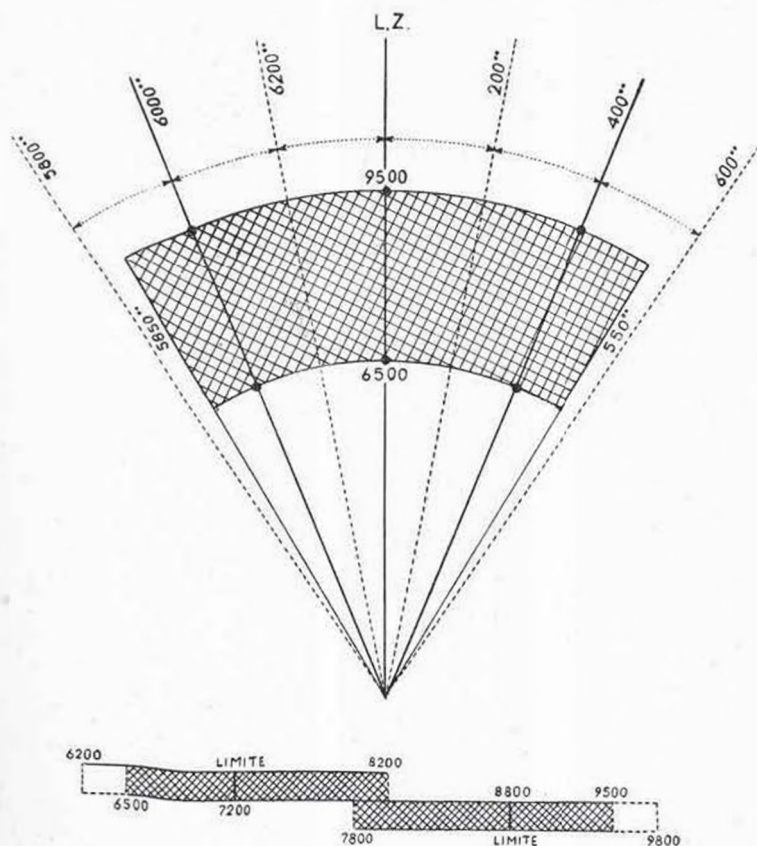


Fig. 1.

direzioni 6000⁰⁰, L.Z., 400⁰⁰ e definiti, su ciascuna direzione, dalle distanze 7200 e 8800 metri.

18. I punti di inquadramento fittizi non devono essere nè individuati sul terreno nè determinati: le loro quote vengono lette sulla carta topografica in base ai valori di direzione e distanza che ne definiscono la posizione planimetrica.

19. *Esecuzione dei gruppi di colpi.* — Ove l'inquadramento venga effettuato assumendo come obiettivi ausiliari centri di gruppi di colpi a percussione, i singoli gruppi vengono eseguiti con i dati di tiro relativi ai punti di inquadramento fittizi; nel caso, invece, di gruppi di colpi a tempo, conviene eseguire i gruppi stessi con le direzioni e le distanze dei punti di inquadramento e con angoli di sito aumentati di una quantità tale da realizzare gli scoppi ad altezza conveniente per il rilevamento (1).

20. *Determinazione delle correzioni di aggiustamento del momento relative ai punti di inquadramento fittizi.* — Eseguiti i gruppi di colpi e determinate le correzioni di aggiustamento Δx_c e Δd_c per ciascuno dei loro centri (v. n. 10), si procede al calcolo delle correzioni relative ai punti di inquadramento fittizi. Per tale calcolo si impiegano le due espressioni:

$$\Delta x_I = \Delta x_c \cdot \frac{T_I}{T_c} \quad (2)$$

$$\Delta d_I = \Delta d_c$$

Le correzioni così ricavate sono applicabili, rispettivamente, alla distanza ed alla direzione del relativo punto di inquadramento.

21. *Costruzione del grafico delle correzioni di aggiustamento.* — Per la compilazione del grafico delle correzioni di aggiustamento:

— si tracciano, su di un foglio di carta millimetrata, due assi ortogonali e si assume quello orizzontale come asse delle distanze, quello verticale come asse delle correzioni Δx e Δd ;

(1) Le quote degli scoppi e conseguentemente quelle degli obiettivi ausiliari non devono, in nessun caso, differire più di 400 metri da quelle dei relativi punti di inquadramento.

(2) Prima di eseguire la determinazione della correzione Δx_I , occorre rettificare la correzione Δx_c per le differenze che si possono prevedere nel munizionamento tra i tiri ausiliari e quelli sugli obiettivi reali.

— si scelgono, in base ai valori massimi e minimi delle distanze dei punti di inquadramento e delle correzioni Δx e Δd , le scale opportune e si graduano gli assi;

— si segnano, nel quadrante superiore ed in quello inferiore, in base alle distanze dei punti di inquadramento, i punti corrispondenti rispettivamente alle correzioni Δx e Δd e si contrassegnano con i relativi valori di direzione;

— si uniscono, nei rispettivi quadranti, i punti così segnati relativi alle diverse distanze, ma riferiti alla stessa direzione e si ottengono tante linee per le correzioni Δx quanti sono i valori delle direzioni dei punti di inquadramento ed altrettante per le correzioni Δd ;

— si contrassegnano le diverse linee con i corrispondenti valori di direzione;

— si trascrivono, nella parte superiore del grafico:

- . il tipo ed il peso del proietto e della spoletta;
- . la carica ed il tipo di esplosivo;
- . la temperatura delle cariche.

La fig. 2 riporta il grafico delle correzioni di aggiustamento, compilato in base ai risultati dell'inquadramento della zona definita nell'esempio del n. 17.

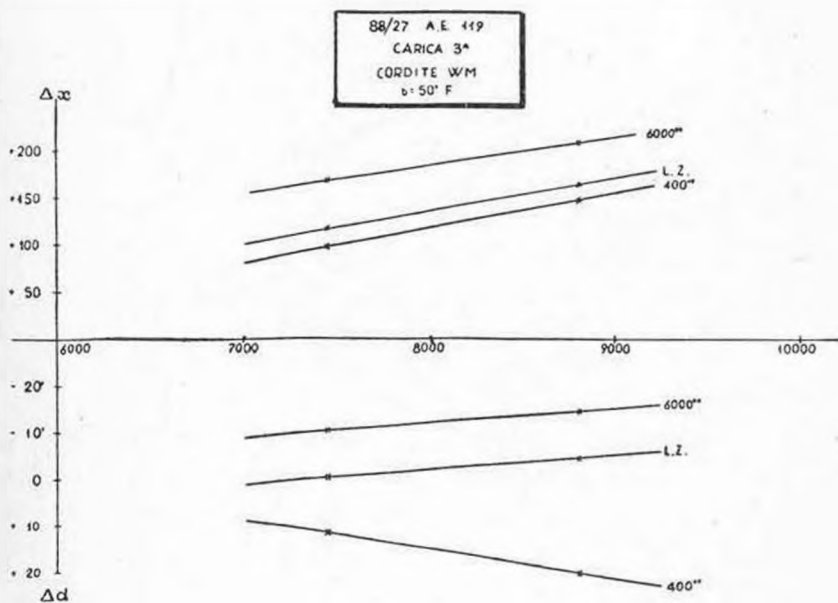


GRAFICO DELLE CORREZIONI DI AGGIUSTAMENTO

Fig. 2.

22. Il grafico delle correzioni di aggiustamento fornisce con immediatezza le correzioni di aggiustamento per qualsiasi obiettivo della zona d'azione; tali correzioni, infatti, vengono lette sul grafico in base ai dati topografici x e d dell'obiettivo e sono applicabili direttamente ai dati dell'obiettivo stesso senza alcuna trasformazione.

Il grafico delle correzioni di aggiustamento può essere impiegato sino a quando le condizioni del momento esistenti all'atto dell'inquadramento possono ritenersi immutate.

I dati di tiro per battere gli obiettivi reali vengono determinati come detto al n. 12 con l'evidente vantaggio di non dover trasformare le correzioni.

23. *Utilizzazione delle correzioni di aggiustamento del momento dedotte mediante inquadramento, da parte di altre batterie.* — Le correzioni di aggiustamento del momento relative ai punti di inquadramento, possono essere utilizzate anche da altre batterie, purchè queste siano, rispetto a quella che ha eseguito i tiri di inquadramento:

- inserite nella stessa rete topografica e nello stesso sistema di taratura relativa;
- dello stesso tipo e calibro ed impieghino la stessa carica;
- dislocate in un raggio di 1500 metri.

In tal caso i dati relativi all'inquadramento vengono diramati nella seguente forma:

- tipo di materiale;
- tipo e peso del proietto e della spoletta;
- carica e tipo di esplosivo;
- temperatura delle cariche;
- ora di esecuzione dell'inquadramento;
- azimuth rete del punto di inquadramento rispetto al pezzo;
- distanza topografica del punto di inquadramento;
- correzione di aggiustamento del momento in direzione;
- » » » » » » » distanza.

I p.c. di gruppo che ricevono tali dati, rettificano le correzioni per le eventuali differenze nel munizionamento e nella temperatura delle cariche e compilano il grafico delle correzioni di aggiustamento con i criteri esposti al n. 21.

CORREZIONI RESIDUE E LORO UTILIZZAZIONE.

24. Le correzioni residue definite al n. 3 come differenze tra le correzioni di aggiustamento e le correzioni calcolate in base alle variazioni siste-

matiche accertabili, oppure come differenze tra i dati di aggiustamento e quelli corretti, possono considerarsi come termini correttivi sperimentali dipendenti dalle variazioni sistematiche non accertabili.

Indicando con x_{z_a} , d_a e G_a i dati di aggiustamento e con x_{z_m} , d_m e G_m i dati corretti per le condizioni finali del tiro, le differenze:

$$x_{z_a} - x_{z_m} = \Delta x_r$$

$$d_a - d_m = \Delta d_r$$

$$G_a - G_m = \Delta G_r$$

rappresentano, rispettivamente, le *correzioni residue in distanza, in direzione e in spoletta*.

Ove tali correzioni siano state determinate *con atmosfera sufficientemente calma*, si può ammettere che il loro valore si mantenga inalterato nel corso della stessa giornata od anche dall'una all'altra giornata, purchè le condizioni atmosferiche mantengano una *relativa stabilità*.

25. UTILIZZAZIONEN DELLE CORREZIONNI RESIDUE. — Per la utilizzazione delle correzioni residue valgono relazioni analoghe a quelle già indicate per la utilizzazione delle correzioni di aggiustamento del momento (n. 5) e cioè:

$$a) \quad \frac{\Delta x_{rA}}{\Delta x_{rB}} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$b) \quad \Delta d_{rA} = \Delta d_{rB}$$

$$c) \quad \frac{\Delta G_{rA}}{\Delta G_{rB}} = \frac{T_A}{T_B}$$

Per quanto riguarda i *limiti di utilizzazione delle correzioni residue* si tenga presente che l'*obiettivo ausiliario* può essere scelto in *qualsiasi direzione*, ma a distanza e quota differenti rispettivamente, da quelle dell'*obiettivo reale*, di non oltre 1000 e 400 metri in più o in meno.

La utilizzazione delle correzioni residue trova utile applicazione nei *trasporti di tiro non immediati* allorquando, cioè, il tiro di efficacia sull'obiettivo da battere non sussegue immediatamente all'aggiustamento sull'obiettivo ausiliario (obiettivo già battuto o punto di inquadramento o centro di un gruppo di colpi), semprechè siano note le condizioni del momento relative al tiro da eseguire.

In tal caso i dati di efficacia per l'obiettivo reale *B* si ottengono *correggendo i dati topografici e la spoletta G_x delle correzioni residue Δx_{rB} , Δd_{rB} e ΔG_{rB}* e procedendo, quindi, al *calcolo dei dati di tiro del momento* seguendo il procedimento di determinazione dei dati di efficacia mediante calcolo.

Infine, le correzioni residue possono essere utilizzate sia dalla stessa batteria che da altre similari, dalla medesima o da altre posizioni, nonchè sullo stesso o su altri obiettivi.

26. DETERMINAZIONE DELLE CORREZIONI RESIDUE. — Le operazioni che si devono compiere per la determinazione delle correzioni residue relative ad un obiettivo ausiliario, sono le seguenti:

1° *Correzione residua in distanza:*

— si determina, mediante aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, il valore dell'alzo di aggiustamento α_a ;

— si ricerca, sulla tavola di tiro, in base all'alzo α_a , la distanza d'alzo di aggiustamento x_{za} ;

— si ricava, valendosi del grafico delle correzioni del momento, la distanza d'alzo del momento x_{zm} , in base ai dati topografici dell'obiettivo ausiliario;

— si sottrae dalla distanza d'alzo di aggiustamento x_{za} la distanza d'alzo del momento x_{zm} e si ottiene la correzione residua in distanza Δx_r .

2° *Correzione residua in direzione:*

— si determina, mediante aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, il valore della direzione di aggiustamento d_a ;

— si ricava, valendosi del grafico delle correzioni del momento, la direzione del momento d_m in base ai dati topografici dell'obiettivo ausiliario;

— si sottrae dalla direzione di aggiustamento la direzione del momento e si ottiene la correzione residua in direzione Δd_r .

3° *Correzione residua in spoletta:*

— si determina, mediante aggiustamento sull'obiettivo ausiliario, il valore della spoletta di aggiustamento G_a ;

— si ricava, valendosi delle condizioni finali del tiro, la spoletta del momento G_m ;

— si sottrae dalla spoletta di aggiustamento la spoletta del momento e si ottiene la correzione residua in spoletta ΔG_r (1).

(1) Occorre tener presente che i valori di spoletta dati dalla tavola di tiro si riferiscono ad altezza di scoppio zero; pertanto se la spoletta di aggiustamento si è ottenuta con altezza di scoppio di n millesimi nel fare il calcolo della spoletta del momento bisogna togliere dal valore ottenuto quanto occorre per portare lo scoppio da altezza zero ad altezza n .

27. TRASPORTO DI TIRO NON IMMEDIATO. — Per l'esecuzione del trasporto di tiro non immediato, valgono tutte le norme, i criteri e le limitazioni esposti nei nn. 24 e 25.

In particolare, definito l'obiettivo da battere si sceglie, fra gli obiettivi precedentemente battuti (o punti di inquadramento), quello che meglio si presta per le funzioni di obiettivo ausiliario. Si tenga presente che oltre agli altri requisiti è indispensabile che per quest'ultimo siano state rigorosamente determinate le *correzioni residue* Δx_r , Δd_r , ΔG_r riferite alle condizioni del momento al termine del tiro. Sarà preferito agli altri l'obiettivo ausiliario sul quale l'*aggiustamento venne compiuto in condizioni atmosferiche più calme*.

Le operazioni che si devono compiere per il trasporto di tiro non immediato, sono le seguenti:

1° *Determinazione delle correzioni residue per l'obiettivo reale:*

— si leggono, sulla tavola di tiro, le durate di traiettoria T_A e T_B relative, rispettivamente, alle distanze topografiche dell'obiettivo ausiliario e dell'obiettivo reale;

— si ricavano le correzioni residue per l'obiettivo B impiegando le seguenti relazioni:

$$\Delta x_{rB} = \Delta x_{rA} \frac{T_B}{T_A}$$

$$\Delta d_{rB} = \Delta d_{rA}$$

$$\Delta G_{rB} = \Delta G_{rA} \frac{T_B}{T_A}$$

dedotte da quelle del n. 25.

2° *Determinazione dei dati di efficacia per l'obiettivo reale B:*

— si aggiungono (col proprio segno) ai dati topografici x e d dell'obiettivo B le correzioni Δx_r e Δd_r ;

— si determinano i dati di tiro del momento α_m e d_m per l'obiettivo da battere in base ai dati $(x + \Delta x_r)$, $(d + \Delta d_r)$ con le stesse modalità con cui si esegue la ricerca dei dati di efficacia mediante calcolo (1);

— si apporta, nel caso in cui il trasporto di tiro debba essere effettuato a tempo, alla spoletta G_α , letta sulla tavola di tiro in base ad α_m , la correzione ΔG_r e si procede quindi al calcolo della spoletta del momento con le note modalità.

(1) Si impiega, per tale determinazione, il grafico delle *c.d.m.* valido per il periodo in cui viene effettuato il tiro.

LIMITI DI APPROSSIMAZIONE.

28. Nel trasporto di tiro *immediato* i dati di efficacia per l'obiettivo da battere risultano generalmente approssimati: in *direzione*, a circa 5 millesimi; in *angolo di tiro*, a meno di due strisce; in *spoletta*, a meno di 1 % della graduazione tabulare.

Nel caso di trasporto *non immediato* si potrà talvolta raggiungere lo stesso grado di approssimazione detto per il trasporto immediato; ma non è da escludere che i limiti di approssimazione superino quelli sopra indicati, tanto più notevolmente quanto maggiore è l'entità delle variazioni atmosferiche (*specie del vento*) fra i due tiri.

AVVERTENZA.

Per materiali muniti di alzo graduato in distanza con dispositivo per la correzione automatica della velocità di regime e per i quali si dispone di tavole di tiro che forniscono l'angolo di partenza in luogo dell'alzo, la distanza d'alzo di aggiustamento da impiegare nella determinazione delle correzioni di aggiustamento del momento e delle correzioni residue, si ricava con le modalità seguenti:

— ove l'obiettivo ausiliario sia costituito da un segno reale del terreno e venga effettuato su di esso l'aggiustamento sino al più alto grado di approssimazione, il valore della distanza d'alzo di aggiustamento si legge direttamente sull'indicatore di distanza;

— qualora l'obiettivo ausiliario sia costituito dal centro di un gruppo di colpi a percussione o a tempo:

. si leggono la *distanza d'alzo ed il sito*, rispettivamente, sull'indicatore di distanza e sul livello;

. si ricerca, sulla tavola di tiro, in base alla distanza d'alzo letta, l'*angolo di partenza* γ ;

. si aggiunge all'angolo di partenza il sito segnato sul livello e si ottiene l'*angolo di proiezione di aggiustamento* φ_a ;

. si sottrae dall'angolo di proiezione φ_a il sito del centro del gruppo di colpi e si ottiene l'*angolo di partenza di aggiustamento* γ_a ;

. si legge, sulla tavola di tiro, in base all'angolo γ_a la *distanza d'alzo di aggiustamento* x_{za} .

* * *

I procedimenti di determinazione e di utilizzazione delle correzioni di aggiustamento, esposti nel presente articolo, pur non presentando nella loro essenza teorica, differenze sostanziali rispetto a quelli riportati nella I.T., Parte 2^a, Ed. 1943, sono stati adattati agli attuali sviluppi della preparazione balistica del tiro ed ai principi di impostazione delle nuove tavole di tiro.

Il problema di tiro intercontinentale con i teleproietti

Magg. d'art. (S.Te.A.) ALESSANDRO D'ALESSANDRO

Quando le gittate superano i 100 Km, il calcolo della traiettoria sotto le ipotesi di superficie piana, terra immobile e accelerazione di gravità costante in direzione ed intensità, risulta affetto da errori tali da poter falsare addirittura l'ordine di grandezza dei risultati.

Nè si può ritenere ancora possibile — quando si giunga a gittate dell'ordine del quarto di meridiano — introdurre le variazioni conseguenti alla curvatura terrestre ed alla variazione della gravità con la quota, come perturbazioni, come consigliato, per le gittate minori, dall'ing. Pacella (1).

Si ritiene pertanto che un esame preliminare del problema possa essere effettuato sotto le seguenti ipotesi:

- terra sferica immobile;
- gravità come forza centrale;
- assenza di resistenza da parte dell'atmosfera.

Sotto tali ipotesi le formole fondamentali sono fornite (2) dalle seguenti relazioni:

a) *forza centrale*, data dalla legge di Newton:

$$f = -g \frac{r_0^2}{r^2} \quad [1]$$

dove:

r_0 = raggio terrestre = 6.370.300 m;

r = distanza del baricentro del proietto dal centro della terra;

g = accelerazione di gravità al livello del mare = 9,81 m/sec².

(1) PACELLA, *Geodesia e balistica*, Rivista Militare, giugno 1950.

(2) Vedi col. F. GALANZINO, *Balistica esterna*, pubbl. n. 4200 della Libreria dello Stato, 1943.

b) *relazione tra gli angoli descritti dal raggio vettore ed il tempo*, fornita dalla nota legge delle aree :

$$r^2 \cdot d\alpha = K \cdot dt \quad [2]$$

dove :

$d\alpha$ = angolo descritto dal raggio vettore ;

K = coefficiente di proporzionalità, che risulta, dalle condizioni ai limiti :

$$K = r_o \cdot V \cdot \cos \varphi \quad (1) \quad [3]$$

dove :

V = velocità iniziale del proietto ;

φ = angolo di proiezione, rispetto al piano tangente nell'origine alla superficie terrestre.

c) *relazione tra la velocità nel punto generico della traiettoria e le condizioni all'origine*, fornita dall'equazione del lavoro elementare :

$$dL = f \cdot dr = d \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) \quad [4]$$

che, per $m = 1$ ed f quale risulta dalla [1], diventa :

$$\frac{1}{2} d v^2 = - g \frac{r_o^2}{r^2} \cdot dr \quad [5]$$

(1) Se infatti è β l'angolo formato dal raggio vettore con la tangente della traiettoria in un punto generico, valgono le relazioni :

$$\cos \beta = \frac{dr}{ds} \quad \text{sen } \beta = \frac{r \cdot d\alpha}{ds}$$

ed anche $v = ds/dt$:

$$v \cos \beta = dr/dt; \quad r.v. \text{ sen } \beta = \frac{r^2 \cdot d\alpha}{dt}$$

da cui

$$K = \frac{r^2 \cdot d\alpha}{dt} = r.v. \text{ sen } \beta$$

che fornisce la [3] per le condizioni ai limiti $r = r_o$; $v = V$; $\text{sen } \beta = \cos \varphi$.

che integrata :

$$v^2 = 2 g r_o^2 \cdot \frac{1}{r} - C \quad [6]$$

dove la costante C , dalle condizioni ai limiti, risulta :

$$C = 2 g r_o^2 - V^2 \quad [7]$$

Da tali relazioni si ottiene la formola, in termini finiti, del moto in coordinate polari (vedi fig 1)

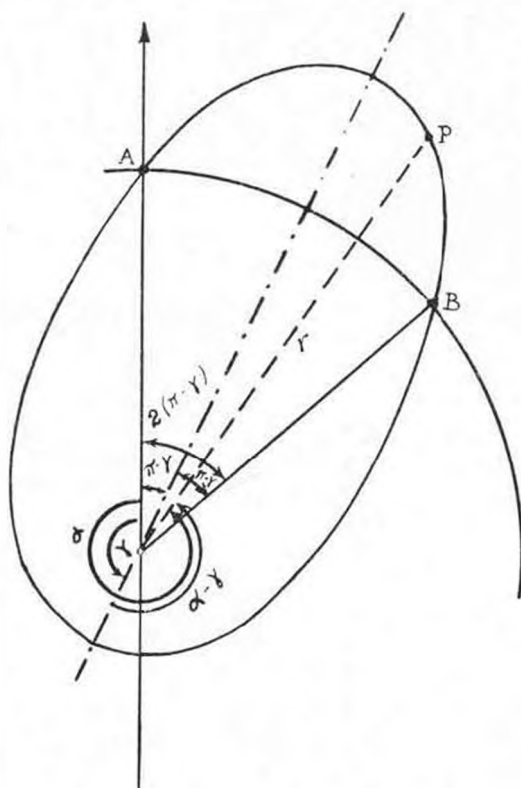


Fig. 1.

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos (\alpha - \gamma)} \quad [8]$$

dove :

$$p = \frac{K^2}{g r_o^2} = \frac{(V \cos \varphi)^2}{g} \quad [9]$$

ed

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{C K^2}{g^2 r_o^4}} = \sqrt{1 - \frac{(2 g r_o - V^2) (V \cos \varphi)^2}{g^2 r_o^2}} \quad [10]$$

L'equazione [8] è l'equazione polare di una conica, riferita ad un fuoco come polo.

Nel caso esaminato il fuoco che funge da polo coincide con il centro della terra e l'asse polare passa per il punto A — origine della traiettoria — e forma, con l'asse della conica, l'angolo γ .

Eseguito il tiro con angolo di proiezione fisso $\varphi = 0$ e con velocità V crescenti (da zero fino a 11050 m/sec) si ottengono traiettorie ellittiche. Il punto di caduta B si allontana sempre più da A . Uno dei fuochi è sempre nel centro della terra; l'altro, F , si muove lungo la retta AF che forma con la tangente alla traiettoria in A un angolo β uguale a quello che la stessa direzione, prolungata, fa con il diametro che passa per A (fig. 2).

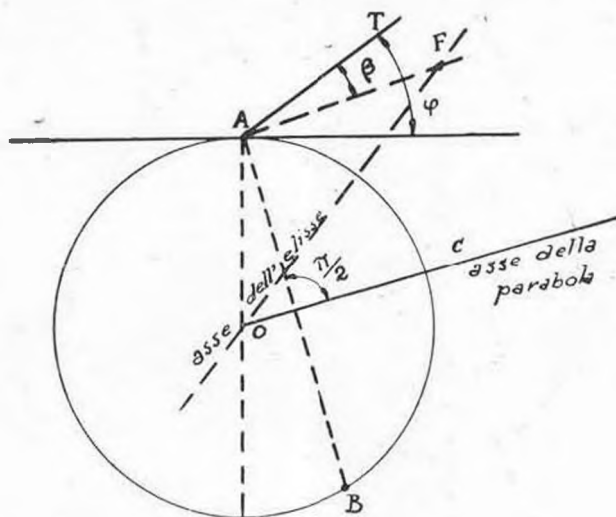


Fig. 2.

La tangente in A è infatti la bisettrice dell'angolo formato dalle rette che congiungono detto punto A con i fuochi F ed O (1).

(1) Sussiste infatti il teorema « La tangente e la normale in un punto dell'ellisse sono le bisettrici degli angoli formati dalle due rette che congiungono esso punto ai fuochi ». Infatti, se il punto P descrive un'ellisse di fuochi F ed F_1 si ha :

$$\text{mod } (P - F) + \text{mod } (P - F_1) = \text{costante};$$

Quando V diviene eguale a 11050 m/s il proietto non incontra più la terra (1).

Il fuoco F si porta all'infinito nella direzione AF e l'ellisse diviene una parabola.

Per valori di V maggiori di 11050 m/s la traiettoria diviene una iperbole. La parabola di $V = 11050$ m/s può pertanto essere considerata il limite delle traiettorie che partendo da A possono ancora incontrare la terra in un punto.

derivando e ricordando che la derivata del modulo di un vettore variabile u è data da :

$$(\text{mod } u) = \frac{u \times u'}{\text{mod } u}$$

si ottiene :

$$\frac{(P - F) \times P'}{\text{mod } (P - F)} + \frac{(P - F_1) \times P'}{\text{mod } (P - F_1)} = 0$$

e mettendo P' in evidenza :

$$\left(\frac{P - F}{\text{mod } (P - F)} + \frac{P - F_1}{\text{mod } (P - F_1)} \right) P' = 0$$

Costruiti i vettori unitari (fig. 3)

$$M - P = \frac{P - F}{\text{mod } (P - F)} ; M_1 - P = \frac{P - F_1}{\text{mod } (P - F_1)}$$

nonchè la somma e differenza di essi :

$$H - P = (M - P) + (M_1 - P) ; H_1 - P = (M - P) - (M_1 - P)$$

si ha

$$(H - P) \times P' = 0$$

che dimostra l'ortogonalità di P' e di $H - P$. Avendo quindi P' la direzione della tangente in P , $(H - P)$ avrà quella della normale, che — come appare dalla costruzione — sono rispettivamente bisettrici degli angoli $F_1 P M$ ed $F P F_1$, come volevasi dimostrare.

(1) La velocità $V = 11050$ m/s chiamasi «velocità di liberazione» e rappresenta il valore che deve avere la velocità radiale di una qualsiasi massa m posta al livello del mare perchè si facciano equilibrio su di essa le due forze sottoelencate :

— la forza centripeta, fornita dalla legge di Newton :

$$F_{pc} = G \cdot m M / r^2 \quad (i)$$

— la forza centrifuga :

$$F_{cf} = m \cdot V^2 / r_0 \quad (ii)$$

Dall'eguaglianza delle due forze si ottiene la relazione $V^2 = 2 GM / r_0$ dove : M è la massa della terra = $5,97 \cdot 10^{27}$ grammi ; r_0 è il raggio terrestre = 637 030 000 cm ; G è la costante gravitazionale e vale nel sistema C.G.S. = $6,7 \cdot 10^{-8}$.

Sostituendo i valori numerici si ottiene : $V = 11050$ m/s.

Possiamo determinare facilmente la zona battuta con un dato angolo di proiezione φ al variare della velocità V tra zero e 11050 m/s in base alle considerazioni seguenti.

La parabola — limite delle traiettorie ellittiche — corrisponde alla posizione all'infinito del fuoco F , fermo restante in O il fuoco finito. La retta AF , inclinata di $(\varphi - \beta)$ rispetto all'orizzonte di A , ha la giacitura del punto all'infinito $F \infty$. L'asse della parabola si ottiene tracciando da O la parallela ad AF , e sia OC (vedi fig. 2).

Abbassando da A la perpendicolare ad OC , si determina il punto B (altra intersezione della parabola con la circonferenza e posizione limite delle intersezioni della famiglia di ellissi passanti per A , tangenti ad AT ed aventi un fuoco in O).

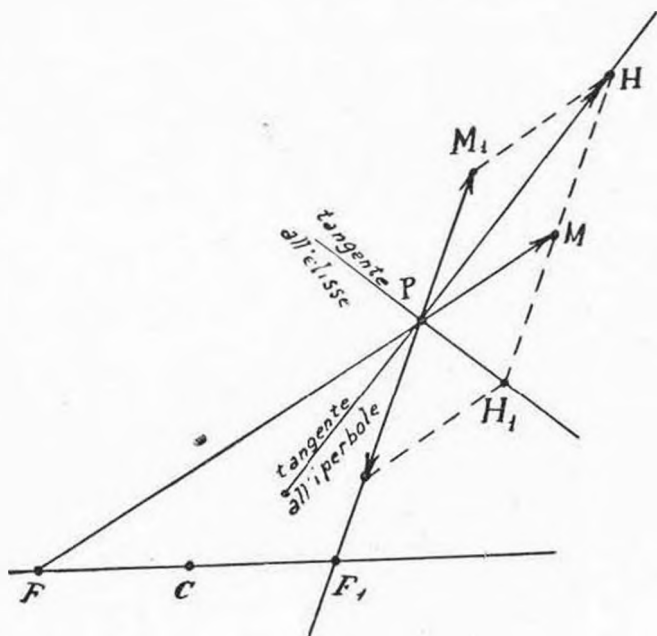


Fig. 3.

Conseguentemente al variare di V da zero a 11050 m/s è possibile battere con l'angolo di proiezione φ tutti i punti compresi nell'arco ABC .

Appare immediatamente come la gittata massima, che può essere ottenuta, sia la semicirconferenza, e come tale gittata si ottenga solo come caso limite con angolo di proiezione $\varphi = 0$ e velocità pari alla velocità di liberazione di 11050 m/sec.

Volendo ottenere i diagrammi della variazione della gittata in funzione dell'angolo di proiezione rispetto all'orizzonte in A possiamo comportarci come segue.

Il punto di caduta (punto B della fig. 1), seconda intersezione della traiettoria ellittica con la superficie terrestre, supposta sferica, si ottiene quando l'angolo α del vettore generico ($P - O$) diviene eguale a due volte l'angolo che l'asse dell'ellisse forma con il diametro passante per A , ossia quando

$$\alpha = 2 \gamma \quad [11]$$

Questa condizione, di natura geometrica, emerge immediatamente dall'esame della fig. 1. Dall'esame della figura emerge anche immediatamente che la lunghezza della geodetica tra A e B vale

$$X_g = r_o \cdot 2 (\pi - \gamma). \quad [12]$$

Sostituendo la condizione [11] nella [8] e tenendo presente che in tal caso è

$$r = r_o$$

si ha :

$$r_o = \frac{p}{1 + \varepsilon \cdot \cos (-\gamma)} = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \gamma} \quad [13]$$

che permette di ricavare il valore di γ che soddisfa ai valori assunti da p ed ε , per i valori scelti della velocità iniziale e dell'angolo di proiezione.

Dall'esame della relazione [12] appare evidente che, perchè sia soddisfatta la condizione limite (ellisse tangente in A e nel suo antipolo):

$$\overline{X}_g = \text{semicirconferenza}$$

deve essere

$$\overline{\gamma} = \frac{\pi}{2}$$

Conseguentemente γ dovrà essere compresa tra

$$\pi \text{ e } \frac{\pi}{2}$$

Valori maggiori di γ corrispondono a soluzioni immaginarie, che non hanno senso geometrico.

Conseguentemente risulta la seguente condizione:

$$\cos \gamma = -1 \quad O \quad [14]$$

ed essendo per la [13]

$$\cos \gamma = \frac{1}{z} \left(\frac{p}{r_0} - 1 \right) \quad [15]$$

risulta anche l'altra limitazione:

$$\frac{p}{r_0} \leq 1. \quad [15']$$

Analogamente dalla figura emerge che l'angolo di proiezione φ deve soddisfare alla condizione:

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

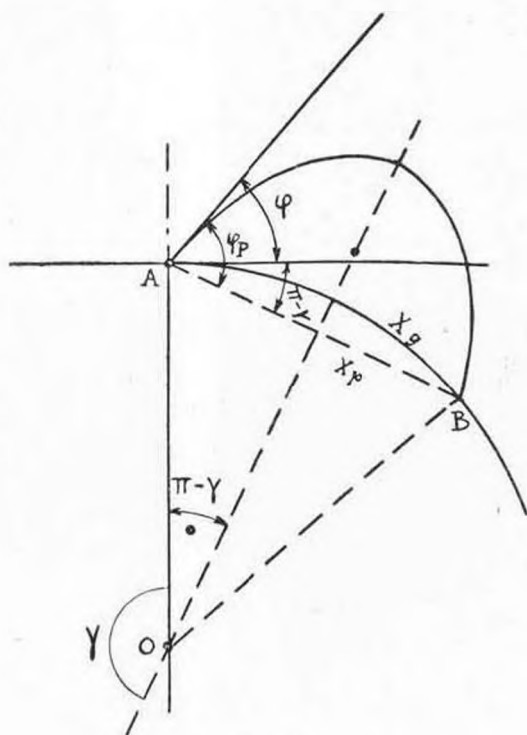


Fig. 4.

Per $\varphi = \frac{\pi}{2}$, l'ellisse diventa impropria e si trasforma in un segmento di retta che giace sul diametro passante per A ed il cui estremo, esterno al cerchio massimo, dista da A di

$$Y = \frac{V^2_A}{2g} \quad [16]$$

Il calcolo può essere effettuato agevolmente a mezzo di una macchina calcolatrice.

Conviene innanzi tutto sostituire nelle relazioni [9] e [10] i valori numerici delle costanti. Risulta allora nel sistema pratico (m, Kg, sec):

$$p = \frac{(V \cos \varphi)^2}{g} = 0,101937 \cdot (V \cos \varphi)^2 \quad [17]$$

$$\varepsilon = \frac{1}{g r_o} \sqrt{g^2 r_o^2 - 2 g r_o (V \cos \varphi)^2 + (V \cos \varphi)^2 \cdot V^2} = \quad [18]$$

$$= \frac{1}{9,81 \times 6370300} \sqrt{(9,81 \times 6370300)^2 - 2 \times 9,81 \times 6370300 (V \cos \varphi)^2 + (V \cos \varphi)^2 V^2}$$

che può essere ulteriormente trasformata allo scopo di renderne agevole il calcolo con una macchina calcolatrice a capacità $10 \times 10 \times 20$:

$$\varepsilon = 1600,1884 \cdot 10^{-5} \sqrt{3905,330429 - 124,985286 (V \cos \varphi)^2 \cdot 10^{-6} + V^2 \cdot 10^{-6} \cdot (V \cos \varphi)^2 \cdot 10^{-6}} \quad [19]$$

Per ricavare i valori della lunghezza della geodetica X_g al variare di V e di φ occorre:

- fissare alcuni valori di V (ad es: di 1000 in 1000 m/sec)
- fissare alcuni valori di φ (ad es: di 10° in 10°)
- calcolare per ciascuna coppia di valori:

$$1) (V \cos \varphi)^2 \cdot 10^{-6}$$

$$2) \frac{p}{r_o} = 0,016001 (V \cos \varphi)^2 \cdot 10^{-6}$$

$$3) \varepsilon \text{ dalla formola n. 19}$$

$$4) \cos \gamma = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{p}{r_o} - 1 \right) \text{ da cui}$$

$$5) (\pi - \gamma)^\circ \cdot \frac{\pi}{180} = 0,174453 (\pi - \gamma)^\circ$$

$$6) X_g = 12740,6 \cdot 0,174453 (\pi - \gamma)^\circ$$

I valori calcolati secondo tale schema sono riportati nella tabella I e nel diagramma di fig. 5 (in ordinate logaritmiche).

TABELLA I (VALORI DI X_θ)

V in Km. φ°	1	2	4	6	7	7,905	10	11
10	73,38	148,54	741,13	2797,98	6504,08	17789		
20	86,0	227,95	1130,34	4595,32	8746,15	15565		
30	95,6	370,90	1701,07	5281,09	8783,28	13342		
40	101,17	425,50	1875,17	5158,79	7912,29	11118	19011	
50	101,17	425,50	1763,99	4536,18	6604,14	18894	14843	17378
60	95,62	363,20	1500,94	3613,38	5080,96	6671	10914	12982
70	86,0	263,21	1078,45	2475,55	3446,60	4447	7190	8631
80	73,38	148,54	555,90	1278,58	1745,54	2224	3594	4306

Dall'esame del diagramma appare evidente l'esistenza di una curva delle gittate massime, indicata in figura con linea tratteggiata

Per determinarne l'espressione matematica, ricordiamo che i valori massimi di X_θ devono verificare l'espressione:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} X_\theta(V, \varphi) = 0 \quad (1) \quad [20]$$

Ora

$$X_\theta(V, \varphi) = 2 \cdot r_o \cdot (\pi - \gamma) = 2 \cdot r_o \cdot \arccos \{ \cos(\pi - \gamma) \} \quad [21]$$

e per la [15]:

$$X_\theta(V, \varphi) = 2 \cdot r_o \cdot \arccos(-\cos \gamma) = 2 \cdot r_o \cdot \arccos \left\{ \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{p}{r_o} \right) \right\} \quad [22]$$

Dovrà quindi essere:

(1) Non viene sviluppato il calcolo, per dimostrare l'esistenza del massimo (o minimo), in quanto tale esistenza è stata dedotta per altra via.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \arccos \left\{ \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{p}{r_0} \right) \right\} = 0 \quad [23]$$

Ricordando che

$$\frac{d}{dx} \arccos f(x) = - \frac{1}{\sqrt{1 - [f(x)]^2}} \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

la condizione [23] equivale all'altra:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - \frac{p}{r_0} \right) \right\} = 0 \quad [24]$$

Sostituendo i valori forniti dalle [17] e [18] e posto per semplicità di scrittura:

$$g \cdot r_0 = A \quad [25]$$

si ha:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{A - V^2 \cos^2 \varphi}{\sqrt{A^2 + (V^4 - 2 A V^2) \cos^2 \varphi}} = 0 \quad [26]$$

Sviluppando e semplificando si ha:

$$\cos^2 \varphi (2 A - V^2) = A \quad [27]$$

che fornisce la relazione richiesta tra φ e V per i valori massimi di X_0 :

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{A}{(2A - V^2)}} = \sqrt{\frac{1}{2 - \frac{V^2}{g v_0}}} \quad [28]$$

dalla quale possiamo ottenere l'altra relazione equivalente — più conveniente per il calcolo con macchina calcolatrice —:

$$\cos^2 \varphi = \frac{V^2}{2 g r_0 - V^2} \quad [29]$$

ossia, in unità del sistema pratico (m, kg, sec):

$$\cos^2 \varphi = \frac{V^2}{124985286 - V^2} \quad [30]$$

Tale relazione è valida per valori di

$$\cos 2 \varphi \leq 1$$

ossia per valori di V non maggiori di

$$V_{max} = \sqrt{\frac{124985286}{2}} = 7905,22 \text{ m/sec} \quad [31]$$

Per valori di V maggiori di V_{max} la gittata massima ottenibile non corrisponde ad un massimo matematico, che esiste solo nella zona dei valori immaginari.

Dobbiamo ora determinare l'ordinata massima delle traiettorie calcolate.

Con le notazioni della fig. 1 si vede che l'ordinata massima Y si ottiene in corrispondenza del valore massimo di r sottraendovi il valore fisso r_0 del raggio della terra.

Il valore massimo di r secondo la relazione [8] si ottiene in corrispondenza di

$$\alpha - \gamma = \pi$$

ossia dalla

$$r_{max} = \frac{p}{(1 - \varepsilon)}$$

e quindi

$$Y = r_{max} - r_0 = \frac{p}{1 - \varepsilon} - r_0 \quad [32]$$

che per comodità di calcolo scriveremo:

$$Y = r_0 \left(\frac{\frac{p}{r_0}}{1 - \varepsilon} - 1 \right) \quad [33]$$

in modo da utilizzare i valori di $\frac{p}{r_0}$ già calcolati precedentemente.

I valori di Y ottenuti a mezzo della [33] sono riportati nella tabella II.

Trattandosi di traiettorie ricavate nella ipotesi del moto nel vuoto è interessante paragonarne i risultati ottenuti con quelli che si ottengono nelle

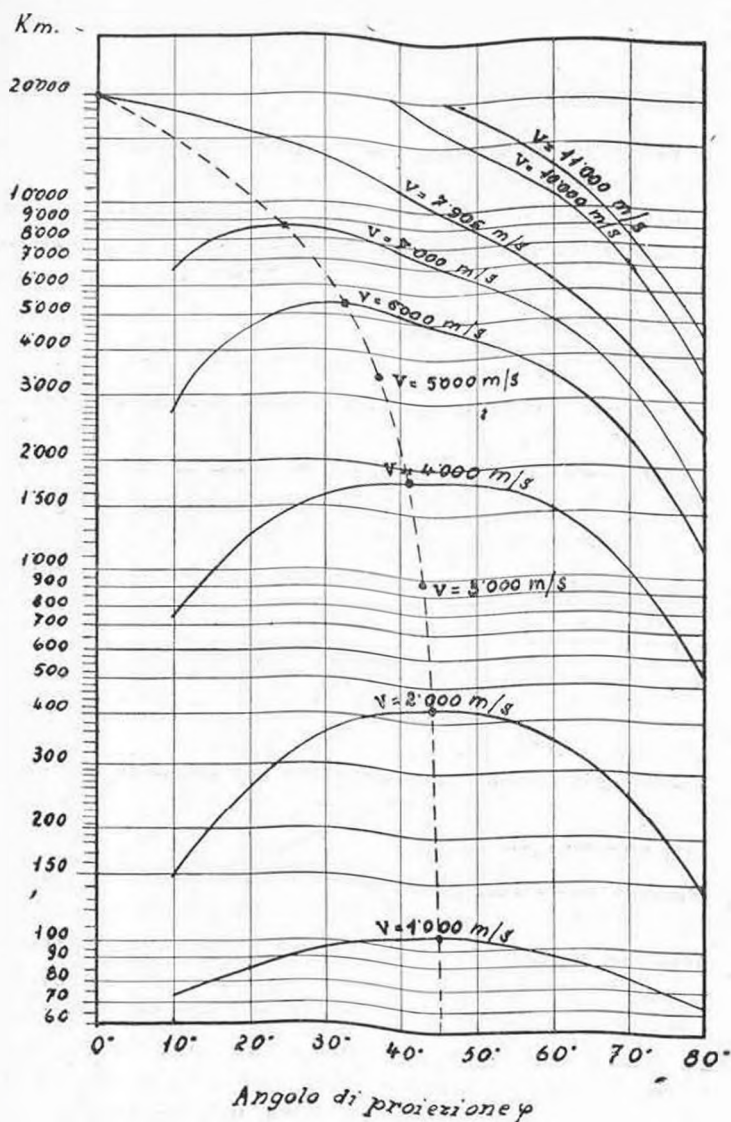


Fig. 5.

condizioni di moto parabolico, ossia con direzione e modulo costante per l'accelerazione di gravità. Consideriamo la figura 2.

Si vede che l'angolo di proiezione φ , riferito all'orizzonte in A , deve essere sostituito nel calcolo della traiettoria parabolica con l'angolo φ_p , angolo di proiezione riferito al piano passante per l'origine A e per il punto di caduta B , e la distanza X_0 deve essere sostituita dalla lunghezza del

segmento AB Da semplici considerazioni geometriche appare che tale gittata vale:

$$X_p \text{ (in km)} = 2 \cdot r_0 \text{ (km)} \cdot \sin (\pi - \gamma) = 12\,704,6 \sin (\pi - \gamma) \quad [34]$$

I valori calcolati per le stesse coppie (velocità ed angolo di proiezione) rispetto alle quali sono stati calcolati quelli della gittata sulla geodetica in caso di gravità variabile in direzione ed intensità sono riportati nella tabella III. Dall'esame di tali valori in confronto con quelli riportati nella tabella n. I, appare evidente la variazione notevole che si ha nei due casi per gittate superiori ai 5.000 km..

L'analisi fin qui effettuata permette evidentemente di rendersi conto qualitativamente del fenomeno ma non quantitativamente. Così come nella balistica ordinaria prima di intraprendere lo studio della traiettoria nell'aria si suole premettere lo studio della balistica nel vuoto, si è voluto in questo studio esaminare nel vuoto i lineamenti del tiro alle grandi gittate.

Quando ci si prefigga però di ricavare la reale traiettoria che un teleproietto percorrerà per superare distanze dell'ordine delle centinaia o migliaia di km non è più possibile fare approssimazioni così grossolane.

Occorre tener conto:

- della resistenza dell'aria, funzione della velocità del mobile, della densità dell'aria variabile con la quota e delle forma del mobile;
- del moto di rotazione della terra;
- di eventuali sistemi di dirigibilità nel primo e nell'ultimo tratto della traiettoria;
- della presenza del vento.

L'integrazione della traiettoria di un teleproietto — tenendo conto di tante variabili — non è agevole ma non è impossibile.

Un sistema di calcolo che teoricamente appare soddisfacente è quello di J.M.J. KOOP e J.W.H. UYTENBOGAART (1) che permette di ricavare la traiettoria per punti integrando la traiettoria per archi con un sistema di integrazione numerica. In questo sistema però non viene preso in considerazione il ramo di traiettoria propulsa che — per la sua limitata estensione relativa — può esser calcolata come una traiettoria percorsa in campo topografico.

Secondo i due autori, indicati con:

- $\bar{r}$, φ e θ , rispettivamente il raggio vettore, la longitudine e la latitudine geografica del punto mobile lungo la traiettoria;
- t , il tempo, misurato a partire dall'inizio del moto;
- $\bar{u}$, il vettore del vento nel generico punto della traiettoria;

(1) KOOP e UYTENBOGAART, *Ballistics of the future*. McGraw Hill Book Co. New York, 1946.

TABELLA II

VALORI DELL'ORDINATA DEL VERTICE

(in km)

V in Km. φ°	1	2	4	6	7	10	11
10		6,16	33,0	126	307		
20		24,89	125,3	452	952		
30	15,86	53,53	261,4	878	1666		
40	20,42	89,43	419,9	1324	2345	22154	
50	29,04	127,74	581,6	1741	2948	23227	135817
60	48,13	159,15	726,2	2092	3441	24168	191789
70	34,25	183,76	837,5	2357	3807	24895	192629
80		204,39	915,4	2524	4015	25356	193541
φ del max	26,87 (44°46')	104,76 (44°3')	433,1 (40°46')	1016 (33°4'30'')	1303 (24°55')	—	—

TABELLA III

VALORI DI X_p IN KM - Formola 34

V in Km. φ°	1	2	4	6	7	10	11
10	73,38	148,30	740,7	2776,2	6226		
20	83,30	277,87	1128,9	4496,5	8075		
30	95,83	370,50	1696,1	5131,3	8104		
40	101,17	423,54	1858,4	5018,9	7415	12698	
50	101,17	423,52	1758,4	4438,4	6312	11706	12469
60	95,84	363,11	1497,4	3565,2	4947	9628	10850
70	83,30	263,09	1069,8	2460,1	3405	6814	7986
80°	73,38	148,30	555,7	1271,6	1740	3547	4205
del max	106,42 (44°46')	423,65 (44°3')	1860,0 (40°46')	5214,7 (33°4'30'')	8216 (24°55')	—	—

si ottiene il sistema di equazioni differenziali del secondo ordine che regolano il moto:

$$\ddot{r} = f_1(r, \varphi, \theta, \dot{r}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}; t)$$

$$\ddot{\varphi} = f_2(r, \varphi, \theta, \dot{r}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}; t)$$

$$\ddot{\theta} = f_3(r, \varphi, \theta, \dot{r}, \dot{\varphi}, \dot{\theta}; t)$$

Questo sistema può essere facilmente ridotto in altro sistema di 6 equazioni differenziali del primo ordine, ponendo:

$$\dot{r} = \alpha; \dot{\varphi} = \beta; \dot{\theta} = \gamma$$

che si presta ad essere integrato con il metodo di Runge e Kutta (1).

Questo sistema di integrazione numerica permette fra gli altri vantaggi di impiegare valori del vento e della resistenza dell'aria forniti sotto forma di diagrammi invece che sotto forma di relazioni analitiche.

Pur avendo in tal modo delineato il metodo di risoluzione di una data traiettoria intercontinentale, il problema è ben lungi dall'esser risolto.

Solo quando si potrà disporre di parecchie di tali traiettorie sarà possibile creare un dizionario di balistica esterna per i teleproiettili e sarà possibile avere dei risultati sufficientemente approssimati nel calcolo di traiettorie intercontinentali in arco unico, analogamente a quanto si può ora fare per le traiettorie delle artiglierie nel campo topografico.

(1) Vedi col F. GALANZINO, *op. cit.*, pag. 256.

Della precisione del millesimo nel calcolo di distanze ed azimut e dell'impiego della sfera per conseguirla

Prof. GIOVAN BATTISTA PACELLA

Ingegnere Geografo Capo dell'I. G. M.

Per confermare mediante calcolo numerico ciò che affermammo a proposito del conseguimento della precisione del millesimo operando sulla sfera in luogo dell'ellissoide nel calcolo di distanze ed azimut, entro il cerchio geodetico di 3600 km di raggio (1), riportiamo il calcolo della distanza di due punti predisposti ad una distanza nota di 3000 km, e dell'azimut del secondo sull'orizzonte del primo.

La scelta dei punti è stata fatta assumendo il primo dei punti con le seguenti coordinate geografiche :

$$\varphi = 35^{\circ} ; \lambda = 0^{\circ}$$

ed il secondo a 3000 km sull'arco di geodetica spiccata dal primo, con l'azimut di 45° . Ellissoide di riferimento : ellissoide internazionale. In seguito al calcolo, che si riporta con la tabella 1, le coordinate del secondo punto sono :

$$\varphi = 50^{\circ}43'53'',85 ; \lambda = 30^{\circ}21'03'',61 .$$

Consiste questo calcolo nel trasporto delle coordinate geografiche secondo Bessel, il cui formulario è reperibile su tutti i trattati classici di geodesia.

Fissate le coordinate dei due punti, segue il calcolo dell'arco di geodetica fra questi (2), prima sull'ellissoide (tab. 2), e quindi sulla sfera (tab. 3), mediante la formula ellissoidica integra o ridotat rispettivamente. Sulla sfera è preferibile per rapidità l'impiego del formulario della trigonometria sferica, ed il conseguente calcolo è riportato nella tabella 4.

L'azimut è calcolato con sensibile rigore sull'ellissoide nella tabella 5 e poi con accettabile tolleranza sulla sfera nella tabella 6.

(1) G. B. PACELLA, *Balistica e Geodesia*; Fascicolo Tecnico « Artiglieria », luglio 1951, pag. 64.

(2) G. B. PACELLA, l. c., pag. 80 e segg.

In conclusione, operando sulla sfera in luogo dell'ellissoide, sono stati rilevati i seguenti divari:

per la distanza s : $\Delta s = + 1326$ m

per l'azimut α : $\Delta \alpha = 5',3 = 1'',5$.

Assunzione dei due punti. Trasporto delle coordinate

(formula di Bessel - Ellissoide Internazionale) tabella 1

$\varphi, 35^{\circ}00'00''$		$\lambda, 0^{\circ}00'00''$	$\alpha, 45^{\circ}00'00''$	s	3.000.000 m
log.cost	9.9985352617			log.cos u	9.9138453136
log.tg φ	<u>9.8452267819</u>			log.sen α	<u>9.8494850021</u>
log.tg u	9.8437620436			log.sen m	9.7633303157
u	34°54'33",333			log.sen u	9.7576073571
log.cos u	9.9138453136			clog. (I)	<u>0.2366696843</u>
log.cos α	<u>9.8494850021</u>			log.tg M	9.9942770414
log.cos I	9.7633303157			M	44°37'21",002
clog.cos M	<u>0.1476723718</u>			2M	89 14 42,004
log.cos m	9.9110026875			σ'	<u>27 00 32,874</u>
log.cost.	<u>8.9152356356</u>			2M + σ'	116°15'14",880
argomento	8.8262383231			4M + 2 σ'	232°30'29",760
log. α tav.	5.3139380620			log. β tavol.	2.363868
clog. b	3.1967538042			log.cos(2M+ σ')	9.645769 _n
log. s	<u>6.4771212547</u>			log.sen σ'	<u>9.657179</u>
log. σ'	4.9878131209			log. 1 ^a corr.	1.666816 _n
	97232",874			1 ^a correzione	-46",432
σ'	27°00'32",874				
2 σ'	54 01 05,748			log. γ tavol.	8.50995
1 ^a correz.	-46",432			log.cos(4M+ σ')	9.78436 _n
2 ^a correz.	<u>- 0,016</u>			log.sen 2 σ'	<u>9.90805</u>
	- 46,448			log. 2 ^a correz.	8.20236
σ''	<u>27°00'32",874</u>			2 ^a correzione	-0",016
σ''	26 59 46 426				
2M	<u>89 14 42,003</u>				
2M + σ''	116°14'28",429				

continuazione

log.costante	8.8523991
log.cos m	<u>9.9110027</u>
argomento	8.7634018
σ'	27°00'32"874
corr.defin.	<u>- 46,403</u>
σ esatto	26 59 46,471
M	<u>44 37 21,002</u>
M + σ	71 37 07 473
log.cos m	9.9110026875
log.sen(M+ σ)	<u>9.9772567004</u>
log.sen u'	<u>9.8882593879</u>
u'	50°38'12"846
log.cost.	0.0014647382
log.tg u'	<u>0.0860107582</u>
log.tg φ_2	<u>0.0874754964</u>
φ_2	50°43'53"854
log.cost.	7.8282735456
log.sen m	9.7633303157
log. (A + B)	<u>4.6864358577</u>
log θ	<u>2.2780397190</u>
θ''	189"688
log.sen σ	9.6569908534
log.sen α_1	9.8494850021
clog.cos u'	<u>0.1977513731</u>
log.sen λ_2'	<u>9.7042272286</u>

log. β tavol.	2.363868
log.cos(2M+ σ')	9.645560 .
log.sen σ''	<u>9.656968</u>
log.1 corr.es.	<u>1.666396</u>
1 corr.esatta	- 46",386
2 correzione	<u>- 0",016</u>
corr.definit.	- 46,402
log.cos m	9.9110026875
log.cos (M+ σ)	<u>9.4987771703</u>
log. II	<u>9.4097798578</u>
log.sen m	9.7633303157
clog. II	<u>0.5902201422</u>
log.tg α_2	<u>0.3535504579</u>
α_2	66°06'15"90
log. α' tavol.	9.6987266000
log. σ	<u>4.9876058120</u>
log. A	<u>4.6863324120</u>
A	48566,008
log. β' tavol.	1.7608036
log.cos(2M+ σ)	9.6455712
log.sen σ	<u>9.6569908</u>
log. B	<u>1.0633656</u>
B	11,570
A	<u>48566,008</u>
A+B	<u>48577,578</u>
λ_2'	30°13'24"302
- θ	<u>3 09,688</u>
($\lambda_2' - \theta$)	<u>30 21 03,614</u>
λ_1	<u>0 00 00 000</u>
λ_2	30°21'03"614

tabella 2

Calcolo della distanza sull'Elliss. Intern. (formula Prof. Pacella)

φ_1 35° 00' 00" 00. λ_1 0° 00' 00" 00. $\Delta\varphi$ 15° 43' 53" 85. $\Delta\lambda$ 30° 21' 03" 61
 φ_2 50° 43' 53" 85. λ_2 30° 21' 03" 61. $\Delta\varphi$ 56.633" 85. $\Delta\lambda$ 109.263" 61

$\log \operatorname{arc} 1''/16$ 3.4814549
 $\gg \operatorname{sen} 2\varphi_m$ 9.9987938
 $2 \log \Delta\lambda$ 0.0769510
 $\log II$ 3.5571997
 II'' 3607" 45

$\log \operatorname{sen} 2\varphi_m$ 9.9987938
 $\gg 3 \operatorname{arc} 1''/16$ 1.7861180
 $2 \log \Delta\varphi$ 9.5061521

$\log III$ 1.2910639
 III 19" 55

φ_m 42° 51' 56" 93

II 1° 00' 07" 45

III 19" 55

φ_0 43° 52' 23" 93

$\log K$ 8.10584

$2 \log \operatorname{sen} \varphi_0$ 9.68155

$\gg \Delta\lambda$ 0.07695

$\log (K \operatorname{sen}^2 \varphi_0 \Delta\lambda^2)$ 7.86434

$\log 5$ 0.69897

$\log 3$ 0.52288

$2 \log \cos \xi$ 9.82005

$\log \frac{5}{3} (K \operatorname{sen}^2 \varphi_0 \cos^2 \xi \Delta\lambda^2)$ 7.90624

$\log B'$ 7.64296

$2 \log \cos \xi$ 9.82005

$\gg \Delta\varphi''$ 9.50615

$\log (B' \cos^2 \xi \Delta\varphi'^2)$ 6.96916

$\log C'$ 4.52803

$2 \log \Delta\varphi'$ 9.50615

$\log (C' \Delta\varphi'^2)$ 4.03418

$\log N_0$ 3.1945867

$\log \cos \varphi_0$ 0.1421406

$\log r_0$ 3.3367273

$\log \rho_0$ 6.8038885

$\gg \Delta\varphi''$ 4.7530761

$\log \Delta\lambda''$ 4.9615245

$\log \operatorname{tg} \xi$ 9.8552164

ξ 35° 37' 17" 82

$\log r_0 \operatorname{arc} 1''$ 1.3488476

$\gg \Delta\lambda''$ 5.0384755

$\log \cos \xi$ 0.0899730

$\log (r_0 \operatorname{arc} 1'' \Delta\lambda'') / \cos \xi$ 5.4772961

$$-K \operatorname{sen}^2 \varphi_0 \Delta\lambda'^2 - 0.0073171$$

$$\frac{5}{3} K \operatorname{sen}^2 \varphi_0 \cos^2 \xi \Delta\lambda'^2 + 0.0080583$$

$$-B' \cos^2 \xi \Delta\varphi'^2 - 0.0009313$$

$$C' \Delta\varphi'^2 + 0.0000011$$

$$\log 3 \quad 6.4771071$$

$$3 \quad 2.999.900$$

Calcolo della distanza sulla sfera (formula del Prof. Pacella). R: *Elliss. Internaz.* tabella 3

φ_1	35°00'00"00	$\Delta\varphi$	15°43'53"85	λ_1	0°00'00"00	$\Delta\lambda$	30°21'03"61
φ_2	50°43'53"85	$\Delta\varphi''$	56633"85	λ_2	30°21'03"61	$\Delta\lambda''$	109263"61
$\log \sin 2\varphi_m$	9.9987937					$\log \sqrt{pN_0}$	6.8046506
» $\arctan \frac{f''}{10}$	3.4814549					» $\arctan 1''$	4.6855749
$2 \log \Delta\lambda''$	0.0769510					» $\cos \varphi_0$	9.8578990
$\log II$	3.5571996					» $r_0 \arctan 1''$	1.3481245
II''	3607,45	$\log K$	8.10584			» $\Delta\lambda''$	5.0384755
II	1°00'07"45	$2 \log \Delta\lambda''$	0.07695			$c \log \cos \xi$	0.0904780
φ_m	42°51'56"93	$2 \log \sin \varphi_0$	9.68146			$\log \left(r_0 \frac{\arctan \Delta\lambda''}{\cos \xi} \right)$	6.4770780
φ_0	43°52'04"38	$\log (K \sin^2 \varphi_0 \Delta\lambda'')$	7.86425			$-K \sin^2 \varphi_0 \Delta\lambda'^2$	0.0073156
$\log \Delta\varphi''$	4.7530761	$2 \log \cos \xi$	9.81904				
$c \log \Delta\lambda''$	4.9615245	$\log 5$	0.69897				
$c \log \cos \varphi_0$	0.1421011	$c \log 3$	9.52288				
$\log \tan \xi$	9.8567017	$\log \left(\frac{5}{3} K \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \xi \Delta\lambda''^2 \right)$	7.90514			$\frac{5}{3} K \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \xi \Delta\lambda''^2$	+ 0.0080378
ξ	35°42'51"96	$\log B'$	7.62872				
$\log \cos \xi$	9.9095220	$2 \log \cos \xi$	9.81904				
		$2 \log \Delta\varphi''$	9.50615			$-B' \cos^2 \xi \Delta\varphi''^2$	- 0.0008993
		$\log (B' \cos^2 \xi \Delta\varphi''^2)$	6.95391			$\log 3$	6.4769009
						3	2.998.480

Calcolo della distanza secondo la trigonometria sferica. R. Elliss. Internaz.

φ_1 35°00'00",00	λ_1 0°00'00",000	$\Delta\lambda$ 30°21'03",61
φ_2 50°43'53",85	λ_2 30°21'03",61	φ_m 42°51'56",93
$\log \cot \varphi_1$ 0.1547732	$\log \sin \varphi_1$ 9.7585913	$\log x''$ 4.9867547
» $\cos(\lambda_2 - \lambda_1)$ 9.9359837	» $\sin(\varphi_2 + \vartheta)$ 9.9909203	$\log \sqrt{(\rho N)_m}$ 6.8045994
» $\tan \vartheta$ 0.0907569	$\log \cos \vartheta$ 0.2006009	$\log \text{arc } 1''$ 4.6855749
ϑ 50°56'37",00	$\log \cos x$ 9.9501125	$\log s$ 6.4769290
φ_2 50 43 53,85	x 26°56'36",2	s 2.998.673
$(\vartheta + \varphi_2)$ 101°40'30",85	x'' 96996,2	

Calcolo dell'azimut sull'Ellissoide Internaz. (con la lat. ridotta)

tabella 5

φ_1	35°00'00",00	λ_1	0°00'00",00	$\frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_1)$	42°51'56",93	$\frac{1}{2}(\lambda_2 + \lambda_1)$	15°10'31",81
φ_2	50°43'53",85	λ_2	30°21'03",61	$\frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$	7°51'56",93		
$\lg \sqrt{1-e^2}$	9.9985353	$\lg \sqrt{1-e^2}$	9.9985353	u_2	50°38'12",86		
» $\lg \varphi_2$	<u>0.0874755</u>	» $\lg \varphi_1$	<u>9.8452268</u>	u_1	<u>34°54'33",33</u>		
» $\lg u_2$	0.0860108	» $\lg u_1$	9.8437621	$\frac{1}{2}(u_2 - u_1)$	7°51'49",76		
u_2	50°38'12",86	u_1	34°54'33",33	$\frac{1}{2}(u_2 + u_1)$	42°46'23",09		
$\lg \lg \frac{1}{2}(\lambda_2 - \lambda_1)$	9.4333455	$\lg \lg \frac{1}{2}(u_2 - u_1)$	0.8597498	$\frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$	10°33'05",45		
» $\lg \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_1)$	9.8326900	» $\lg \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$	9.2701410	$\frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)$	<u>55°33'01",42</u>		
$\lg \cos \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$	<u>0.0041055</u>	$\lg \lg \frac{1}{2}(u_2 + u_1)$	<u>0.0337936</u>	α_1	44°59'55",97		
$\lg \lg \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$	9.2701410	$\lg \lg \frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)$	0.1636844	α_2	66°06'06",87		
$\frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$	10°33'05",45	$\frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)$	55°33'01",42				

Calcolo dell'azimut secondo la trigonometria sferica

tabella 6

φ_1 35°00'00"00	λ_1 0°00'00"00	$\frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_1)$ 42°51'56"93	$(\lambda_2 + \lambda_1)$ 15°10'31"81
φ_2 50°43'53"85	λ_2 30°21'03"61	$\frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$ 7°51'56"93	
$\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\lambda_2 - \lambda_1)$ 9.4333455	$\lg \cot \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$ 0.8596387	$\frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)$ 55°27'24"70	
» $\operatorname{sen} \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_1)$ 9.8326900	» $\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ 0.2701410	$\frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ 10°33'05"45	
$\operatorname{colg} \cos \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1)$ 0.0041055	$\operatorname{colg} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\varphi_2 + \varphi_1)$ 0.0323837		
$\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ 9.2701410	$\lg \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)$ 0.1621634	α_2 66°00'30"15	
$\frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1)$ 10°33'05"45	$\frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_1)$ 55°27'24"70	α_1 44°54'19"25	

Un caso d'integrazione delle equazioni del moto del proietto

Ten. col. d'art. GIUSEPPE BOFFA

Cap. d'art. MARIO ASTUTI

L'equazioni del moto del proietto scritte nella forma del S. Robert sono :

$$\left. \begin{aligned} g \, d(v \cos \theta) &= v f(v) \, d\theta \\ g \, dx &= -v^2 \, d\theta \\ g \, dy &= -v^2 \operatorname{tg} \theta \, d\theta \\ g \, dt &= -v \frac{d\theta}{\cos \theta} \end{aligned} \right\} [1]$$

La prima equazione è detta odografa ed è la più importante perchè da essa si parte per il calcolo delle traiettorie.

Infatti contiene due sole variabili v e θ , mentre la v entra in $f(v)$ in forma trascendente. Le altre sono tutte a tre variabili.

Se si assegna alla $f(v) = \frac{\delta i}{O} F(v)$ una forma tale da ridurre l'odografa alle quadrature, è possibile ricavare da essa una relazione finita tra v e θ del tipo $v = \Phi(\theta)$ che, sostituita nelle rimanenti equazioni del moto, elimina la v

$$g \, dx = - \left[\Phi(\theta) \right]^2 d\theta; \quad g \, dy = - \left[\Phi(\theta) \right]^2 \operatorname{tg} \theta \, d\theta; \quad g \, dt = - \Phi(\theta) \frac{d\theta}{\cos \theta}$$

dalle quali, con semplici quadrature, si ottengano gli elementi della traiettoria $x \, y \, t$.

Il primo che si accinse a risolvere questo problema fu il Bernouilli (1719) nel caso $f(v) = \gamma v^n$ con γ e n costanti, seguito dal D'Alembert (1774) con due casi:

$$f(v) = a + \gamma v^n; \quad f(v) = a + \gamma \log v \quad \text{con } a, \gamma, n \text{ costanti.}$$

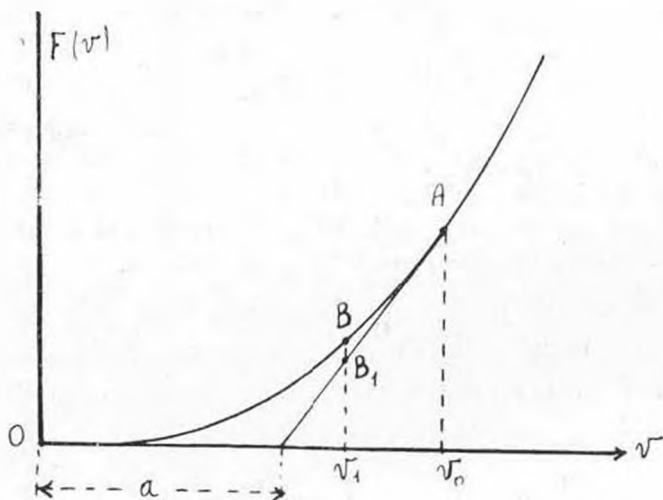
Infine Siacci trovò ben 14 casi in cui l'odografa è ridotta alle quadrature.

Questi casi d'integrabilità non si prestano ad essere applicati in tutto il campo di variabilità della velocità del proietto, ma, soltanto, in determinate zone di esso (retta di Chapel per le alte velocità, resistenza quadratica per le piccole).

Nel presente studio prenderemo in esame un'altra forma di resistenza. Essa ci permetterà d'integrare facilmente l'odografa e di pervenire a formule semplici, rapidamente calcolabili, con risultati molto esatti qualunque sia il valore della velocità.

Naturalmente il calcolo della traiettoria lo faremo spezzandola in piccoli archi in maniera da contenere, entro limiti ristretti, gli errori derivanti dalle varie ipotesi semplificative.

Consideriamo, nel diagramma della funzione resistente $F(v)$, l'intervallo $A - B$ limitato dalle velocità v_0 e v_1 .



Sostituiamo alla curva AB il segmento AB_1 della tangente in A alla $F(v)$.

In generale si avrà $\frac{F(v)}{v-a} = F'(v)$ da cui $F(v) = (v-a) F'(v)$ essendo $F'(v)$ la derivata prima di $F(v)$.

Sostituendo nell'odografa e ricordando che $f(v) = \frac{\delta i}{C} F(v)$ si ha:

$$g d(v \cos \theta) = \frac{\delta i}{C} (v-a) F'(v) v d\theta \quad [2]$$

Eseguiamo il calcolo dell'arco prefissando il tempo t all'estremità di esso; pertanto le equazioni [1], tenendo presente la [2], vanno trasformate nelle seguenti:

$$\left. \begin{aligned} d(v \cos \theta) &= -\frac{\delta i}{C} F'(v) (v - a) \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} &= v \sin \theta \\ \frac{dx}{dt} &= v \cos \theta \end{aligned} \right\} [3]$$

Poniamo $\frac{\delta i}{C} F'(v) = \gamma$ e consideriamo, nel breve arco da calcolarsi, $F'(v) = \text{cost}$ e $a \cos \theta = \text{cost}$.

Con queste ipotesi la prima delle [3] si può scrivere

$$\frac{d(v - a) \cos \theta}{dt} = -\gamma (v - a) \cos \theta.$$

Separando le variabili ed integrando tra l'origine e l'estremo dell'arco si ottiene:

$$(v - a) \cos \theta = (v_0 - a) \cos \theta_0 e^{-\gamma_m t}$$

ove γ_m è un valore medio di γ nell'intervallo d'integrazione.

Poniamo, per comodità,

$$(v - a) \cos \theta = \rho \quad [4]$$

e quindi

$$\rho = \rho_0 e^{-\gamma_m t}$$

oppure, in forma logaritmica,

$$\log_{10} \rho = \log_{10} \rho_0 - M \gamma_m t$$

essendo M il modulo dei logaritmi decimali.

Calcolo di x .

Dalla [4] si ha

$$v \cos \theta = \rho + a \cos \theta = u \quad (\text{velocità orizzontale}) \quad [5]$$

Allora la terza equazione del sistema [3] diventa

$$\frac{dx}{dt} = \rho + a \cos \theta$$

ovvero

$$dx = u dt$$

Ricordando che $a \cos \theta$ è costante, integrando e prendendo per u la media geometrica $\sqrt{u_0 u}$ si ha l'ascissa dell'arco:

$$x = t \sqrt{u_0 u} \quad [6]$$

Calcolo di θ .

$$\text{Dalla } g dt = -v \frac{d\theta}{\cos \theta} \quad \text{poichè } v = \frac{u}{\cos \theta} \quad \text{si ha } g dt = -u \frac{d\theta}{\cos^2 \theta}$$

che integrata dà

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \varphi - \frac{gt}{\sqrt{u_0 u}} \quad [7]$$

Calcolo di y .

$$\text{Dalla } \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \theta \quad \text{si ha } dy = \operatorname{tg} \theta dx$$

Integrando e considerando il valore medio $\operatorname{tg} \theta_m = \frac{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \theta}{2}$, si ottiene l'ordinata dell'arco

$$y = \frac{x}{2} (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \theta) \quad [8]$$

Calcolo della velocità.

Noti u e θ si ha subito

$$v = \frac{u}{\cos \theta} \quad [9]$$

Abbiamo così ricavato, in funzione del tempo, gli elementi x y θ v .

Le costanti $a = v_e - \frac{F'(v_0)}{F(v_0)}$ e $F'(v_0)$ sono funzioni della sola v e pertanto possono essere date da una tabella a semplice entrata che costituisce la sola tavola da impiegare nei calcoli.

Nelle formule trovate v_0 , φ , $a \cos \theta$, $\frac{i}{C}$, t sono noti, quindi se riusciamo a calcolare γ_m in qualche modo, esse forniscono rapidamente gli elementi a fine arco.

Con le ipotesi stabilite γ_m è funzione della sola densità balistica dell'aria, e, poichè all'inizio dei calcoli δ_m non è nota, un primo valore di γ si calcolerà in funzione della densità nota all'origine dell'arco.

Cioè

$$\gamma_0 = \frac{\delta_0 i}{C} F'(v_0)$$

Noto γ_0 si calcola l'ordinata y_a , in prima approssimazione. Per questo calcolo trasformiamo la

$$y = \frac{x}{2} (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \theta)$$

Sostituendo a x e $\operatorname{tg} \theta$ le loro espressioni [6] e [7], si ottiene

$$y_a = t \sqrt{u_0 u} \operatorname{tg} \varphi - \frac{g t^2}{2}$$

In funzione di $h + y_0 + \frac{y_a}{2}$ (h è la quota dell'origine della traiettoria) si ha δ_m .

Indi si calcolano γ_m , ρ , u , x , y , θ , v .

Riepilogo dei calcoli.

Calcoli approssimati.

$$y_0 \rightarrow \delta_0 \quad v_0 \rightarrow F'(v_0), \quad a \text{ (Tabella)}$$

$$\gamma_0 = \frac{\delta_0 i}{C} F'(v_0), \quad \rho_0 = (v_0 - a) \cos \theta_0, \quad \log_{10} \rho_a = \log_{10} \rho_0 - M \gamma_0 t$$

$$u_a = \rho_a + a \cos \theta_0 \quad y_a = t \sqrt{u_0 u_a} \operatorname{tg} \varphi - \frac{g t^2}{2}$$

Calcoli definitivi.

$$h + y_0 + \frac{y_a}{2} \rightarrow \delta_m \quad \gamma_m = \frac{\delta_m i}{C} F''(v_0)$$

$$\log_{10} \varphi = \log_{10} \varphi_0 - M \gamma_m t \quad u = \varphi + \alpha \cos \theta_0$$

$$x = t \sqrt{u_0 u} ; \operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \varphi - \frac{g t}{\sqrt{u_0 u}} ; y = \frac{x}{2} (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \theta) ; v = \frac{u}{\cos \theta}$$

Per $t = 1''$ le formule si semplificano notevolmente.

Oltre all'esempio riportato più avanti il metodo è stato confrontato con quello del prof. Picone, il quale è molto esatto perchè un arco di traiettoria di 1 sec. viene spezzato in n archetti.

Pertanto nella traiettoria $\varphi = 70^\circ$, $v = 710$ m/s, calcolata col metodo Picone, abbiamo scelto tre archi d'ampiezza $\Delta t = 2''$ ciascuno. Il primo arco calcolato è a grande velocità, il secondo a media e il terzo a piccola velocità. Abbiamo scelto tre differenti velocità allo scopo di dimostrare, con esempi pratici, l'esattezza delle formule trovate in un vasto campo di variabilità della velocità e su di una traiettoria a forte angolo di proiezione.

I risultati sono riportati nel seguente specchio:

Metodo	Δx m.	Δy m.	θ°	v m/s
Picone	443,0	1198,0	69° 24'	576,6
Nuovo metodo	443,7	1199,4	69° 24'	576,1
Δ	0,7	1,4	0	0,5
Picone	266,0	521,0	62° 2'	280,9
Nuovo metodo	265,8	520,6	62° 3'	279,8
Δ	0,2	0,4	1'	1,1
Picone	239,0	92,0	16° 49'	124,6
Nuovo metodo	239,1	91,9	16° 49'	124,5
Δ	0,1	0,1	0	0,1

In esso rileviamo:

1) anche con ampiezza d'arco di 2 sec. le differenze tra i due metodi di calcolo sono trascurabili;

2) mentre col nostro metodo l'arco di 2 sec. è stato calcolato in un solo arco, con quello Picone l'arco si deve spezzare in n archetti;

3) il metodo è applicabile qualunque siano i valori di v e φ .

4) per archi di ampiezza di 1 sec., questo metodo, così semplice, raggiunge un'elevata precisione pari a quella dei più rigorosi metodi di calcolo delle traiettorie per archi successivi.

Nei calcoli sistematici d'interesse traiettorie si consiglia di adottare archi di 1 sec. in prossimità dell'origine e del punto di caduta, e archi d'ampiezza maggiore in prossimità del vertice dove la y varia lentamente.

ESEMPIO: Dati $v = 710$ m/s; $\varphi = 45^\circ$; $h_0 = 300$ m.; $\delta_0 = 1$; $\log \frac{i}{C} = \bar{1},64227$;

$F(v_0) = 0,365$; $a = 262,7$; calcolare x y θ v all'estremo dell'arco d'ampiezza $t = 1$ sec.

$\log \frac{i}{C}$	$\bar{1},64227$	$\log u_0$	2,70075
$\log F'(v_0)$	$\bar{1},56229$	$\log u_a$	2,65829
$\log M$	$\bar{1},63778$	$\log u_0 u_a$	5,35904
$\log \delta_0$	—	$\log \sqrt{u_0 u_a}$	2,67952
$\log M \gamma_0$	$\bar{2},84234$	$\log \tan \varphi$	—
$\log (v_0 - a)$	2,65062	$\log \tan \varphi \sqrt{u_0 u_a}$	2,67952
$\log \cos \varphi$	$\bar{1},84949$	$\tan \varphi \sqrt{u_0 u_a}$	478,10
$\log \varphi_0$	2,50011	$\frac{9}{2}$	4,95
$M \gamma_0$	0,06956	y_a	473,15
$\log \varphi_a$	2,43055	$\frac{y_a}{2}$	236,58
$\log a$	2,41946	$h_0 + y_0$	300,—
$\log \cos \varphi$	$\bar{1},84949$	$h_0 + y_0 \frac{y_a}{2}$	537
$\log a \cos \varphi$	2,26895	δ_m	0,974
$a \cos \varphi$	185,80		
φ_a	269,49		
u_a	455,29		
$\log v_0$	2,85126	$\log \frac{i}{C} M F'(v_0)$	$\bar{2},84234$
$\log \cos \varphi$	$\bar{1},84949$	$\log \delta_m$	$\bar{1},98856$

$\log M \gamma_m$	2,83090	$\text{tag} \cdot \varphi$	1, —
$\log \varphi_0$	2,50011	$\frac{g}{\sqrt{u_0 u}}$	0,02050
$M \gamma_m$	0,06775	$\text{tag} \theta$	0,97950
$\log \varphi$	2,43236	θ	44°24'
φ	270,62		
$a \cos \varphi$	185,80	$\text{tag} \varphi + \text{tag} \theta$	1,97950
u	456,42	$\log (\text{tag} \varphi + \text{tag} \theta)$	0,29656
$\log u$	2,65936	$\log x$	2,68006
$\log u_0$	2,70075	$\text{colog } 2$	1,69897
$\log u_0 u$	5,36011	$\log y$	2,67559
$\log x = \lg \sqrt{u_0 u}$	2,68006	y	473,8
x	478,7		
$\log g$	0,99167	$\log u$	2,65936
$\text{colog} \sqrt{u_0 u}$	3,31994	$\text{colog} \cos \theta$	0,14601
$\log \frac{g}{\sqrt{u_0 u}}$	2,31161	$\log v$	2,80537
		v	638,8

TABELLA DEI VALORI $F''(v)$, a

v	$F''(v)$	a	v	$F''(v)$	a
0	0		310	0,343	256
10	0,0024	6,3	20	0,364	260
20	0,0048	9,7	30	0,370	260
30	0,0072	14,2	40	0,372	260
40	0,0096	19,5	50	0,370	260
50	0,0115	24,7	60	0,366	258
60	0,0145	29,6	70	0,364	257
70	0,0160	34,7	80	0,360	256
80	0,0194	39,9	90	0,357	255
90	0,0218	45,4	400	0,356	256
100	0,0243	50,1			
			410	0,355	257
110	0,0268	55,4	20	0,354	258
20	0,0293	60	30	0,354	259
30	0,0317	65,4	40	0,355	260
40	0,0343	70	50	0,355	260
50	0,0368	75,5	60	0,356	260
60	0,0395	80	70	0,357	260
70	0,0421	85,4	80	0,358	260
80	0,0451	90,8	90	0,358	261
90	0,0479	96,5	500	0,359	261,5
200	0,0510	103			
			600	0,364	262
210	0,0545	110	700	0,365	263
20	0,0582	117	800	0,365	263
30	0,0624	125	900	0,365	263
40	0,0681	133,5	1000	0,365	263
50	0,0752	144	1100	0,365	263
60	0,0880	159	1200	0,365	263
70	0,110	177	1300	0,365	263
80	0,154	202	1400	0,365	263
90	0,224	234	1500	0,365	263
300	0,292	248			

Delle misure di sicurezza da attuare intorno ad una b.d.f. c.a. durante il tiro

Magg. d'art. PASQUALE SAMMARCO

Le particolari caratteristiche del tiro c.a. portano, in Italia, alla necessità di dover effettuare le esercitazioni a fuoco in riva al mare o grandi laghi per sfruttare ampi settori di tiro facilmente sgomberabili e sorvegliabili (*).

Non è mai stata affacciata l'idea di una scuola di tiro c.a. in un poligono terrestre, perchè (v. pag. 329, paragr. B. dell'Istruzione sul tiro, vol. IV, parte 2^a, testo) « nel tiro con i proietti muniti di spoletta a tempo, lo sgombero deve essere esteso lungo tutta la linea di tiro » e quindi, in un'esercitazione a fuoco contro manica rimorchiata col 90/53, pur limitando il settore a pochi gradi, occorrerebbe sgomberare centinaia di km² di terreno (es.: con un settore limitato a 45° occorrerebbe sgomberare oltre 160 km² di terreno).

Quanto precede per rispondere a quanti ancora oggi si domandano perchè le scuole di tiro c.a. devono necessariamente svolgersi in riva al mare o a grandi laghi.

Ma lo scopo principale del presente studio è quello di tranquillizzare, in certo qual modo, coloro che si domandano, e non senza ragione, in base a quale principio si sia autorizzati a far assumere alle batterie c.a. schieramenti a quadrato, a losanga, ecc., distribuendo intorno ai pezzi tutta l'organizzazione di tiro pur permettendo il fuoco a giro d'orizzonte.

Tutti ricordano che il sistema, d'importazione tedesca per noi, venne accolto a suo tempo con diffidenza e soprattutto con apprensione nei riguardi dell'incolumità del personale della batteria durante il tiro, abituati come si era allo schieramento in linea con centrale dietro ai pezzi e tassativa prescrizione di sospendere il fuoco per un ampio settore a destra ed a sinistra della batteria ed in corrispondenza della centrale di tiro. Praticamente il settore utile di tiro si riduceva a circa 120° davanti alla batteria.

Ora invece, entro certi limiti, di settore verticale, ciascun pezzo spara senza titubanza entro la zona di accavallamento con gli altri elementi della btr. Tacitamente, quindi, basandosi soprattutto su quanto ci hanno

(*) Tale necessità non sussiste in quei paesi che possono disporre di ampie zone desertiche: l'America, ad esempio.

insegnato gli altri, si è accettato un fenomeno assai curioso, ossia che la zona immediatamente adiacente ai pezzi c.a. è al sicuro da ogni sinistro dovuto ad inconvenienti vari in btr. durante il tiro.

Ciò è in contrasto con la predetta Istruzione sul tiro che prescrive da 600 a 1300 m. di sgombero laterale e 200 m. di sgombero a tergo dei pezzi ma, per i pezzi c.a., le cose stanno proprio così e mi accingo a dimostrarlo in linea pratica e teorica.

Sgombero dietro ai pezzi (m. 200).

Tende a premunire :

a) contro gli effetti dello sparo prematuro (otturatore non completamente chiuso) oppure contro i ritardi di accensione (quando il servente addetto all'apertura dell'otturatore non si sia accorto di uno scatto a vuoto e con gesto automatico abbia aperto l'otturatore senza attendere i regolamentari 2 minuti) ;

b) contro lo scoppio della b.d.f. ;

c) contro la proiezione indietro delle scheggie di un colpo che scoppi alla bocca.

Nelle artiglierie c.a., il sistema di chiusura ed apertura automatica dell'otturatore dovrebbe eliminare completamente gli incidenti del tipo a).

Lo scoppio della b.d.f. può dipendere da tante cause imprevedibili per cui tale pericolo, pur essendo raro, sussiste per tutte le artiglierie, ma l'esperienza dimostra come simile sinistro abbia un raggio d'azione limitato a pochi metri, dato che gran parte della potenza sviluppata dalla carica si esaurisce nello sforzo di deformazione della b.d.f. La distanza prescritta tra pezzo e pezzo ($40 \div 50$ m.) è in genere sufficiente a premunire i serventi degli altri pezzi da tale grave incidente.

Infine, come sarà dimostrato in seguito teoricamente, il pericolo di avere proiezione di schegge lateralmente e indietro, in caso di scoppio alla bocca, non sussiste.

Zona di sgombero laterale ai pezzi (da 600 a 1300 m. a seconda del calibro).

Tende a premunire :

a) contro la proiezione di schegge degli scoppi prematuri: la distanza evidentemente è stata calcolata in base allo scoppio del proietto all'uscita dalla bocca, perchè è chiaro che a misura che lo scoppio si allontana dalla b.d.f. diminuisce fino ad annullarsi la zona di pericolo laterale (v. fig. 1) ;

b) contro gli scoppi della b.d.f. di cui si è già parlato.

A questo punto è bene farsi due domande :

1° con quale tipo di spoletta si possono verificare gli scoppi alla bocca?

2° nel caso che tali scoppi si verifichino, quale è l'ampiezza della zona laterale e retrostante che potrà essere investita?

Alla prima domanda rispondo premettendo due rilievi del tutto personali, ma basati sull'osservazione di molte decine di migliaia di colpi c.a. di tutti i calibri nazionali ed esteri, sparati o visti sparare:

1) con proietti forniti di spoletta a tempo pirica o meccanica (75/46, 90/53, 74/48 Skoda, 75/51 francesi, 88/56, ecc.) non si è mai verificato uno scoppio alla bocca; nei casi peggiori lo scoppio è sempre avvenuto a qualche centinaio di metri ($400 \div 500$) dalla volata, ma nessuna proiezione di schegge si è avuta dietro o lateralmente al pezzo.

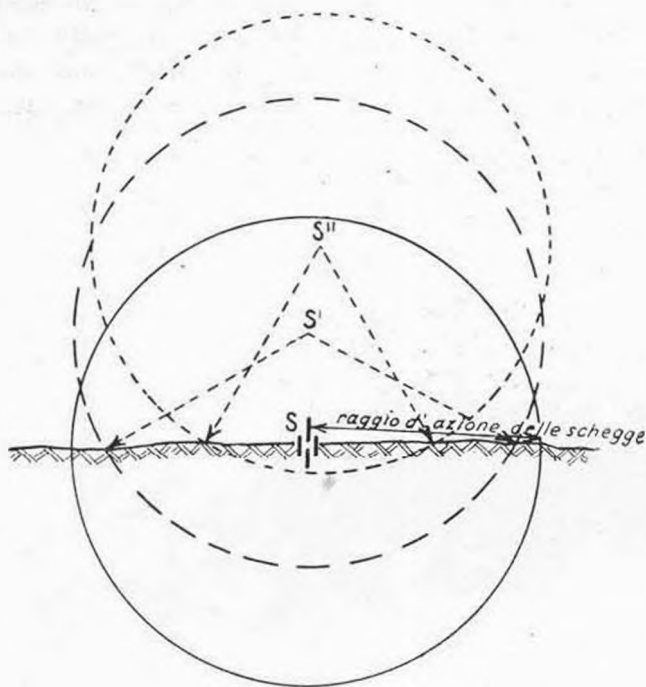


Fig. 1.

Una sola volta, ho assistito allo scoppio di una b.d.f. da 75/46 in prossimità della volata, ma anche in questo caso, *rilievo di notevole entità*, il proiettile è scoppiato a circa 800 m. dal pezzo, senza provocare incidenti al personale che si trovava dietro e di lato.

2) ho assistito invece a numerosi scoppi alla bocca con i proiettili forniti di spoletta a percussione ultrasensibile (pezzi da 20 e da 37) ma anche in questi casi non si sono avuti a deplorare ferimenti dei serventi dietro al pezzo o dei pezzi laterali.

Queste due osservazioni dimostrano praticamente quanto segue:

a) con le spolette a tempo (piriche o meccaniche con funzionamento esclusivo a tempo) è da escludere che possano verificarsi degli scoppi alla bocca per la speciale organizzazione della catena incendiaria per cui l'accensione non può propagarsi alla carica di scoppio se non dopo un certo tempo — 4 o 5 decimi di secondo — quando cioè il proietto è già ad una distanza di $300 \div 400$ m. dalla b.d.f. Infatti, i proietti che partono con la spoletta non graduata, o non scoppiano affatto (spoletta pirica) oppure scoppiano a distanza di sicurezza ($300 \div 400$ m.) dalla b.d.f. (spoletta meccanica);

b) con la spoletta a percussione ultrasensibile, invece, è possibile ed è frequente lo scoppio alla bocca per cattivo funzionamento della sicurezza a forza centrifuga, per cui, se viene a mancare la gradualità tra l'allontanamento delle masse e lo svincolo del percussore, questo può essere di colpo spinto indietro (per inerzia e per la pressione esercitata dalla membrana)

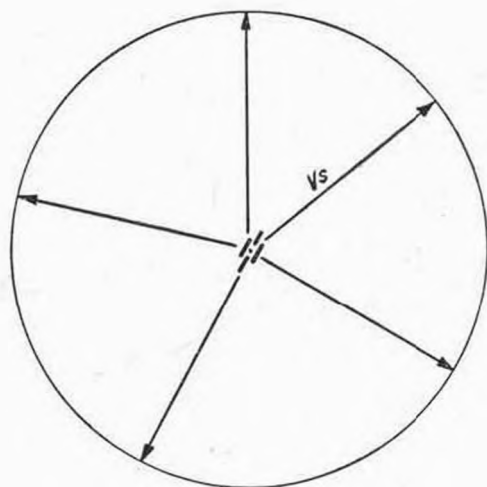


Fig. 2.

provocando lo scoppio alla bocca, cioè appena il proietto inizia il suo vorticoso moto di rotazione (difficilmente ciò può accadere dentro la b.d.f. perché il proietto, mentre la percorre, compie in genere un solo giro o una porzione di giro). Comunque, come già si è detto, neanche in questo caso si sono avuti inconvenienti dietro o lateralmente al pezzo.

Alla seconda domanda rispondo esaminando il comportamento delle schegge quando esse siano sottoposte contemporaneamente alla velocità di proiezione V_s ed alla velocità iniziale del proietto V_o , supponendo lo scoppio alla bocca e $V_o > V_s$.

ove

$$O' - O = V_o \text{ (maggiore di } V_s) \text{ ed}$$

$$A' - O' = A - O$$

— la scheggia soggetta alla $V_s = B - O$ sarà proiettata in avanti (essendo $V_o > V_s$) con forza pari a

$$B' - O = (O' - O) + (B - O'),$$

ove

$$B' - O' = B - O;$$

— la scheggia soggetta alla $V_s = C - O$, sarà proiettata secondo $C' - O$ ottenuta componendo la $V_s = C - O$ con la $C' - C = V_o$.

E per brevità:

— una qualunque scheggia soggetta a $V_s = P - O$ sarà proiettata secondo

$$P' - O = V_o + (P - O).$$

I punti ottenuti A' , B' , C' , P' si trovano su di una circonferenza con centro in O' , essendo $O' - O = V_o$.

Vettorialmente, per un punto generico P' , si ha:

$$(P' - O) = (P - O) + (P' - P).$$

ossia

$$P' = O + (P - O) + (P' - P)$$

cioè:

$$P = O + V_o + V_s$$

ove V_o rimane costante in modulo, direzione e verso, mentre la V_s , di grandezza media costante, varia in direzione e verso ruotando intorno ad O e quindi, se P si sposta su una circonferenza di centro O , P' si sposterà su una circonferenza di centro O' .

Dalla figura 3 si ricava inoltre:

$$(O' R)^2 + (P' R)^2 = (O' P)^2$$

ossia

$$x^2 + (y - V_o)^2 = V_s^2$$

che è l'equazione di una circonferenza di centro $x = 0$ e $y = V_0$; sostituendo ad x il suo valore in funzione di V_s e φ ($x = V_s \cos \varphi$), si ottiene la seguente equazione in y :

$$V_s^2 \cos^2 \varphi + y^2 + V_0^2 - 2 V_0 y - V_s^2 = 0$$

ordinando e riducendo:

$$y^2 - 2 V_0 y + V_0^2 - V_s^2 \sin^2 \varphi = 0$$

da cui

$$y = V_0 \pm V_s \sin \varphi$$

che al variare di φ permette di costruire la circonferenza di centro O' luogo dei punti su cui giacciono gli estremi di tutte le velocità uscenti da O e risultanti dalla composizione della V_s di ciascuna scheggia con la V_0 .

E' evidente quindi che le schegge saranno tutte proiettate entro il cono con vertice in O e di apertura α tale che

$$\sin \alpha = \frac{V_s}{V_0} \quad [1]$$

come si deduce dal triangolo $O T O'$.

Quest'ultima importante relazione ci dice che se $V_0 > V_s$ nessuna scheggia può essere proiettata indietro o lateralmente al pezzo uscendo fuori del cono di proiezione di apertura α , essendo α sempre minore di 90° .

E questo è il caso normale delle artiglierie c.a. in cui la V_0 , mai inferiore a 700 m/sec. è sempre maggiore di V_s ; per quest'ultima non è possibile, ovviamente, dare un valore esatto, ma è noto che essa s'aggira, per i proietti di piccolo e medio calibro carichi di tritolo, tra i 200 ed i 500 m/sec (*). Ciò spiega bene l'assenza di qualunque incidente ai serventi del pezzo nei casi degli scoppi alla bocca che si verificano con i proietti muniti di spoletta ultrasensibile ma dotati di elevata velocità iniziale (20/65, 37/54 e 40/56).

Lo scoppio alla bocca rappresenta il caso più sfavorevole; con le artiglierie c.a. che adoperano la spoletta a tempo pirica o meccanica, questo caso non deve essere preso in considerazione, perchè è impossibile possa verificarsi. Nella peggiore delle ipotesi che la spoletta pirica o meccanica parta graduata a zero, essa provocherà lo scoppio solo dopo quattro o cinque decimi di secondo pari ad una distanza dalla b.d.f. di tre o quattrocento metri. Supponendo che a tale distanza la V del proietto sia ancora sensibilmente

(*) Piccolissime schegge possono essere proiettate con velocità superiori, anche di 1000 m/1", ma la loro velocità cade rapidamente e percorrono tratti brevissimi.

uguale alla V_0 , è possibile trasportare integralmente il fenomeno esaminato in fig. 3 a tale distanza dalla b.d.f. e calcolare l'angolo di apertura del cono di proiezione visto dal pezzo.

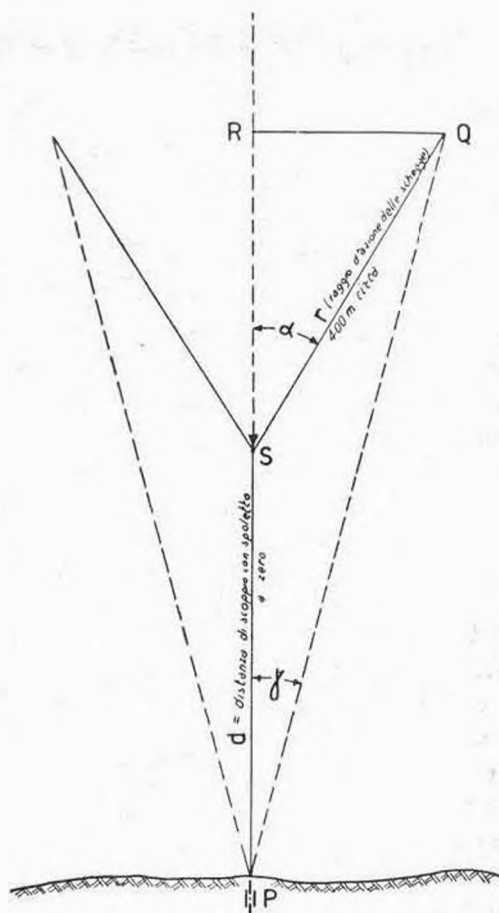


Fig. 4.

Dalla fig. 4, ove

P = pezzo ;

S = punto di scoppio supposto ad una distanza d dal pezzo ;

α = semiapertura del cono di proiezione con vertice in S ; da ricordare che $\alpha = \frac{V_1}{V_0}$;

γ = semiapertura del cono di proiezione visto dal pezzo ;

$SQ = r$ = raggio d'azione delle schegge marginali in funzione della velocità con cui esse vengono proiettate, che è data (v. fig. 3) da :

$$OT = V_0 \cdot \sin \alpha$$

si ha :

$RQ = PQ \sin \gamma$, ed essendo

$RQ = SQ \sin \alpha$ si ottiene :

$$\sin \gamma = \frac{RQ}{PQ} = \frac{SQ \sin \alpha}{SQ} \text{ e poichè } PQ \text{ si può con-}$$

siderare sensibilmente uguale a $SQ + SP$ si può scrivere :

$$\sin \gamma = \frac{r \sin \alpha}{d + r} \quad [2]$$

ossia, nel caso di tiri c.a. con proietti forniti di spoletta pirica o meccanica il margine angolare di sicurezza può essere stabilito con la [2] quando il pezzo è postato nelle adiacenze di qualcosa da proteggere dagli scoppi prematuri.

Conclusioni.

a) con le artiglierie c.a. (o qualsiasi altra che abbia $V_o > V_s$) non è possibile avere proiezione di schegge lateralmente o a tergo del pezzo ;

b) le misure di sicurezza intorno a tali b.d.f. possono essere stabilite in termini angolari, anzichè lineari, applicando la [1] per i proietti muniti di spoletta a percussione e la [2] per i proietti forniti di spoletta a tempo pirica o meccanica (od anche di prossimità).

La [1], infatti, può servire a stabilire con una certa attendibilità le limitazioni di settore delle artiglierie c.a. automatiche (*) per non offendere qualunque cosa dislocata nelle loro immediate vicinanze in caso di scoppio prematuro.

Considerando $V_o = 870$ m/sec. e V_s (max) = 500 m/sec. si ha :

$$\sin \alpha = \frac{V_s}{V_o} = 0,57$$

$$\alpha = 35^\circ \text{ (circa).}$$

Nel caso della fig. 5 le limitazioni di settore orizzontale indicate per l'arma A dovrebbero garantire l'arma B e la costruzione C.

E' chiaro poi che, con angoli d'inclinazione che superino di 35° l'ostacolo, si possa eseguire il tiro al disopra di esso senza alcuna limitazione di settore.

Con la [2] si può calcolare la limitazione di settore per tutti gli altri pezzi c.a. forniti di proietto con spoletta a tempo, quando ciò che occorre preservare si trovi a distanza d (v. fig. 6), ossia nei pressi della distanza di

(*) Fornite in genere di spoletta a percussione ultrasensibile.

si ha, applicando la [2] :

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{400 \times 0,57}{450 + 400} = \frac{228}{850} = 0,268$$

cioè

$$\gamma = 16^{\circ} \text{ (circa).}$$

Nel caso della fig. 6, per non offendere i serventi della centrale dislocata a distanza di scoppio con spoletta a zero, è sufficiente imporre ai pezzi una limitazione di settore verticale i_m pari a 16° più il valore del sito della centrale rispetto alla btr. Per tiri con inclinazione inferiore è sufficiente imporre una limitazione di settore orizzontale di 32° a cavallo della centrale. Lo stesso dicasi per qualunque altro ostacolo che venga a trovarsi compreso nei limiti predetti e la cosa può costituire norma durante le scuole il tiro in riva al mare per evitare l'inutile sgombero degli edifici costieri: sarà sufficiente limitare opportunamente il settore di tiro lungo la costa.

Conoscendo esattamente la V_s (max), la [1] e la [2] possono essere applicate con rigore (sia pure con un certo margine di sicurezza) ed a qualunque distanza ove sia nota la velocità residua del proietto.

Implicitamente si deduce inoltre che lo sgombero a tergo dei pezzi, come misura prudenziale, non è necessario.

In definitiva lo studio può servire :

- a dare norme più esatte nei riguardi dello sgombero da eseguire intorno alle btr. c.a. che eseguono la scuola di tiro sulle coste ;
- a dissipare ogni timore circa l'incolumità dei serventi della btr. nell'eseguire il fuoco a giro d'orizzonte, purchè si impongano determinati limiti di settore verticale che possono essere rigorosamente e preventivamente calcolati per ogni tipo di b.d.f. impiegata.

Note sul calcolo della temperatura balistica e del vento fittizio

Cap. d'art. RINALDO RAUTI

Facendo seguito ad un mio articolo (*La stratificazione dell'aria nella ricerca delle condizioni aerologiche del momento*) comparso nella Rivista Militare dell'agosto-settembre 1950, intendo esporre un procedimento semplificativo per il calcolo della temperatura balistica e del vento fittizio (V.C.E.).

CALCOLO DELLA TEMPERATURA BALISTICA.

Premessa.

Il calcolo della temperatura balistica, come è noto, viene eseguito con il seguente procedimento:

- a) misura a terra della temperatura τ_m ;
- b) misura in quota della temperatura prevista τ_p ad altezze relative al punto medio di ciascun « strato parziale »;
- c) correzione della τ_m e delle τ_p per lo stato igrometrico s %, sommando algebricamente il $\Delta \tau_{s\%}$ ottenendo così le varie temperature rettificate τ_R ;
- d) esecuzione delle differenze tra le τ_R (relative alle diverse quote) e le temperature di riferimento τ_s (relative alle diverse quote) ottenendo così dei $\Delta \tau$;
- e) esecuzione dei prodotti $f_\tau \Delta \tau$ (*);
- f) esecuzione delle somme algebriche dei $f_\tau \Delta \tau$ ottenendo tante $\Sigma f_\tau \Delta \tau$ per quante sono le durate di traiettorie considerate;
- g) esecuzione delle somme algebriche $60^\circ \pm \Delta \tau_T = \tau_B$.

A questo punto è necessario fare alcune considerazioni.

Ancora oggi le stazioni aerologiche divisionali non sono provviste di apparati che consentono le misure della τ_p e dello s % alle varie quote.

Lo strumento ideale è la radio-sonda ma, purtroppo, il costo piuttosto elevato dell'apparato ricevente (alcuni milioni) ha impedito la diffusione

(*) Si ricorda che con f_τ s'indicano i fattori ponderali della temperatura.

di questo mezzo scientifico, nell'ambito della divisione, anche in eserciti notevolmente più attrezzati del nostro.

Questo, a mio avviso, è un errore perchè ad una accurata, direi scientifica, preparazione balistica ne conseguono rilevanti vantaggi sia nel campo tattico che tecnico oltre ad un alleggerimento logistico, dovuto all'economia del munizionamento che, oltretutto, compensa vantaggiosamente il prezzo d'acquisto di una radio-sonda.

Se si considera inoltre che il costo dell'apparato trasmettente di una radio-sonda (quello che va perduto) si aggira sulle cinquantamila lire, e quindi è inferiore a quello di un solo proietto di artiglieria di medio calibro, i vantaggi su menzionati risultano ancora più evidenti (*). Comunque allo stato attuale, per lo meno nel campo divisionale, la temperatura prevista non può essere misurata, ma deve essere calcolata mediante l'ausilio di un fattore di correzione « λ » — ricavato dal gradiente termico — che rappresenta la variazione della temperatura corrispondente ad una certa variazione di quota.

Per il calcolo dello $s\%$ e del conseguente $\Delta\tau_{s\%}$, alle varie quote, si è stati costretti a prendere una soluzione ancora più empirica. Infatti non esistendo alcun « gradiente igrometrico » non è possibile ricavare alcun fattore di correzione da apportare allo stato igrometrico misurato a terra.

Ed allora, in base al concetto che è sempre preferibile apportare delle correzioni che, anche se quantitativamente non esatte, non possono avere segno opposto, presupponendo che nel caso considerato si verifichi tale ipotesi, come valore di $s\%$, per calcolare la correzione $\Delta\tau_{s\%}$ da apportare alla τ_p per ottenere la τ_n , si assume quello misurato a terra.

D'altra parte l'influenza dello stato igrometrico non è — dato lo scopo — molto considerevole.

In Italia, normalmente, la τ_p può differire dalla τ_R di circa $2^\circ F$.

Premesso quanto sopra, vediamo come sia possibile semplificare il calcolo, piuttosto laborioso, della temperatura balistica e, anzitutto, la giustificazione teorica di questa semplificazione.

GIUSTIFICAZIONE TEORICA DEL PROCEDIMENTO SEMPLIFICATO PER IL CALCOLO DELLA TEMPERATURA BALISTICA.

Sia τ_m la temperatura, misurata in superficie, espressa in gradi Fahrenheit. Si segua lo sviluppo indicato nella premessa e si trascurino, per il momento, le correzioni relative allo stato igrometrico.

(*) E' opportuno mettere in rilievo che, abbinando alla radio-sonda un'apparecchiatura radar, si ha la possibilità di rilevare i dati aerologici non solo quando condizioni sfavorevoli di visibilità (nebbia, foschia) non lo consentirebbero con i normali mezzi, ma anche di notte.

Sottraendo da τ_m il valore di λ e successivamente il valore di τ_s si ottiene la differenza $\Delta\tau$.

Sarà pertanto:

$$\Delta\tau = \tau_m - \lambda - \tau_s$$

che si può scrivere:

$$\Delta\tau = \tau_m - (\lambda + \tau_s) \quad [1]$$

ma i valori di λ e di τ_s sono fissati per il punto medio di ciascuno strato parziale sicchè se ne può conoscere la loro somma algebrica.

Ponendo:

$$\lambda_1 + \tau_{1s} = K_1, \quad \lambda_2 + \tau_{2s} = K_2, \dots, \lambda_n + \tau_{ns} = K_n$$

a partire dallo strato parziale di superficie, i diversi $\Delta\tau$ si potranno esprimere allora con le notazioni:

$$\Delta_1\tau = \tau_m - K_1, \quad \Delta_2\tau = \tau_m - K_2, \dots, \Delta_n\tau = \tau_m - K_n$$

Il procedimento regolamentare prescrive che per ciascuna durata di traiettoria si faccia la sommatoria dei prodotti $\Delta\tau$, relativi agli strati interessati, per i corrispondenti f_τ .

Chiamando con $f_{1\tau}, f_{2\tau}, \dots, f_{n\tau}$ i fattori ponderali della temperatura relativi ai diversi strati parziali, a partire da quello di superficie per $T'' = 10''$, si avrà ad es., per $T'' = 20''$:

$$\sum f_\tau \Delta\tau = f_{3\tau} (\tau_m - K_3) + f_{4\tau} (\tau_m - K_4) + f_{5\tau} (\tau_m - K_5) = \Delta\tau_T \quad [2]$$

Questa sommatoria rappresenta la quantità di cui la temperatura balistica relativa alla traiettoria di $20''$ differisce da quella di riferimento di superficie per la quale sono state compilate le T.T.

Bisogna sommare allora algebricamente il valore di $\Delta\tau_T$ alla τ_s di superficie, il cui valore è stato fissato a 60° Fahrenheit.

Si avrà quindi:

$$\tau_B 20'' = 60^\circ + \Delta\tau_T \quad [3]$$

Ferme restando le precedenti notazioni, allo scopo di semplificare il calcolo della temperatura balistica, si riprenda in esame la [2].

Sviluppando i prodotti indicati si ottiene:

$$\Delta\tau_T = f_{3\tau} \tau_m - f_{3\tau} K_3 + f_{4\tau} \tau_m - f_{4\tau} K_4 + f_{5\tau} \tau_m - f_{5\tau} K_5$$

Mettendo in evidenza il fattore τ_m che figura nel primo, nel terzo e nel quinto termine e raggruppando gli altri termini si ottiene:

$$\Delta\tau_T = \tau_m (f_{3\tau} + f_{4\tau} + f_{5\tau}) - (f_{3\tau} K_3 + f_{4\tau} K_4 + f_{5\tau} K_5)$$

Allora per quanto espresso dalla [3] la temperatura balistica relativa alla traiettoria di 20" sarà espressa da:

$$\tau_B 20'' = 60^\circ + \tau_m (f_{3\tau} + f_{4\tau} + f_{5\tau}) - (f_{3\tau} K_3 + f_{4\tau} K_4 + f_{5\tau} K_5)$$

che, per agevolare la dimostrazione successiva, sarà utile esprimere nella seguente formula:

$$\tau_B 20'' = \tau_m (f_{3\tau} + f_{4\tau} + f_{5\tau}) + [60^\circ - (f_{3\tau} K_3 + f_{4\tau} K_4 + f_{5\tau} K_5)] \quad [4]$$

Dall'analisi della [4] si deduce che:

$$f_{3\tau} + f_{4\tau} + f_{5\tau}$$

rappresenta la somma dei tre fattori-ponderali dei tre strati parziali che riguardano la traiettoria di 20"; l'espressione entro parentesi quadra rappresenta la temperatura balistica per la traiettoria di 20" quando $\tau_m = 0^\circ F$.

La somma suddetta è ben determinata per ogni traiettoria e la si può indicare con Σf_τ seguita da un numero che rappresenta la durata della traiettoria cui detta somma si riferisce.

La [4] diventa allora:

$$\tau_B 20'' = \Sigma f_\tau 20'' \tau_m + \tau_{0B} 20'' \quad [5]$$

essendo $\tau_{0B} 20''$ la temperatura balistica relativa alla traiettoria di 20" per zero Fahrenheit.

La [5] dà la misura della semplificazione ottenuta mostrando chiaramente il valore di $\tau_B 20''$ come somma di un prodotto (uno dei cui fattori è costante per una determinata traiettoria) e di una costante.

Lo sviluppo eseguito in particolare per la traiettoria di 20" può estendersi a tutte le altre traiettorie. Assume in tal modo un valore generale.

Si danno, qui di seguito, i valori di Σf_τ relativi alle diverse durate di traiettoria.

T''	10''	20''	30''	40''	50''	60''
Valore di Σf_τ . . .	0,99	0,98	0,94	0,88	0,82	0,74

I valori di Σf_{τ} su riportati danno il modo di costruire un grafico dal quale, mercè interpolazione grafica, si può dedurre il valore di Σf_{τ} per un qualsivoglia valore della durata di traiettoria (fig. 1).

I valori costanti di τ_{oB} per le diverse durate di traiettoria, ovvero le temperature balistiche per $\tau_m = 0^\circ F$ si potranno definitivamente fissare solo quando saranno fissati i valori di λ e di τ_s dai quali dipendono. Questi valori sono riportati nell'allegato N. 1 e sono relativi alle quote corrispondenti ai punti intermedi degli « strati parziali » considerati.

In base a questi valori si possono calcolare, con il procedimento normale, i valori della τ_B per le diverse durate di traiettoria per $\tau_m = 0^\circ F$.

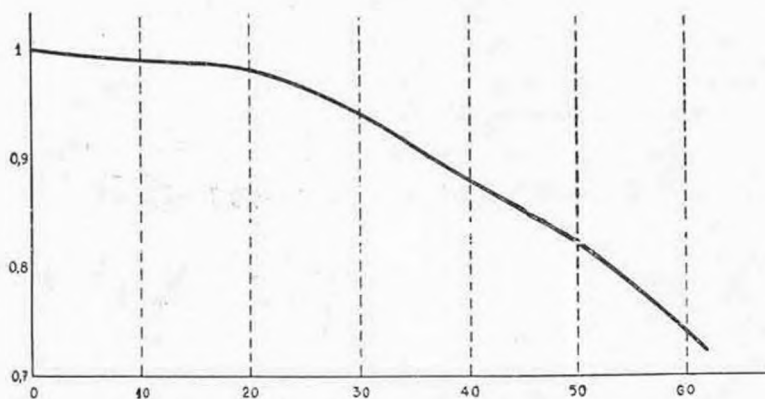


Fig. 1.

I valori che si ottengono sono i seguenti:

$\tau_{oB} 10'' = 0,182;$	$\tau_{oB} 20'' = 0,068;$	$\tau_{oB} 30'' = 0,724;$
$\tau_{oB} 40'' = 2,44;$	$\tau_{oB} 50'' = 4,872;$	$\tau_{oB} 60'' = 6,134.$

A rendere più evidenti le deduzioni algebriche testè fatte, si può procedere ad una dimostrazione grafica rappresentando in un sistema di assi cartesiani, una serie di curve indicanti le τ_B per alcuni particolari valori di τ_m (assunti in un certo intervallo) e della durata di traiettoria (allegato N. 2).

Sia 0-100 l'intervallo considerato. Le curve sono calcolate di 10 in 10 gradi per una durata massima di traiettoria di 60''.

Dalla [5] si era dedotto che, a meno di una costante ($\tau_{oB} 20''$), le temperature balistiche per una data durata di traiettoria, sono proporzionali ai valori di τ_m . Ciò emerge anche dal grafico.

Infatti punti di uguale ascissa sulle diverse curve sono equidistanti fra di loro.

Si considerino i punti $A, B, C, \dots L, M, N, \dots$ di uguale ascissa. Tutti questi punti, tranne A , giacciono sulle curve. Per quanto detto dovrà allora essere:

$$BC = CD = DE = \dots = HI = IL = \dots \quad [6]$$

Si voglia calcolare l'ordinata del punto L . Siano « n » i segmenti compresi fra B ed L .

Per l'eguaglianza enunciata nella [6] si ha:

$$\overline{AL} = \overline{AB} + \overline{BL} = \overline{AB} + n\overline{BC} \quad [7]$$

Essendo l'ordinata $\overline{AL}$ la temperatura balistica per $40''$, se $\tau_m = 80^\circ F$ la [7] esprime geometricamente la [5] potendo porre:

$$\overline{AL} = \tau_B 40''; \overline{AB} = \tau_{oB} 40''; n\overline{BC} = \Sigma f_\tau 40''$$

La prima curva rappresenta i valori della τ_{oB} per i diversi valori T'' . S'era detto all'inizio di avere trascurato nel calcolo le correzioni relative allo stato igrometrico.

Non avendo modo infatti di misurare lo stato igrometrico nei diversi strati, si accetta come valido e costante il valore di $s\%$ misurato a terra.

Quindi la correzione relativa allo stato igrometrico può considerarsi come una costante da aggiungersi algebricamente al valore di τ_m . In effetti è come se si partisse da un altro valore di τ_m e quindi nulla resta mutato nel complesso del calcolo.

Graficamente l'introduzione della correzione suddetta porta ad una traslazione di tutte le curve nella direzione dell'asse delle ordinate (*).

PROCEDIMENTO PRATICO PER IL CALCOLO SEMPLIFICATO DELLA TEMPERATURA BALISTICA

Come conseguenza di quanto sopra esposto si fornisce, come allegato N. 3, un modulo per il calcolo della τ_B .

(*) In realtà il procedimento esatto sarebbe: $\tau_R \cdot \Sigma f_\tau + \tau_{oB}$.

Il procedimento pratico invece è: $\tau_m \cdot \Sigma f_\tau + \tau_{oB} \pm \Delta\tau_{s\%}$.

La differenza risultante dai due procedimenti è però trascurabile.

A titolo di chiarimento se ne riporta uno, completo di esempio:

MODULO PER IL CALCOLO DELLA TEMPERATURA BALISTICA

$\tau_m = 75^0 \quad s\% = 30\% \quad \Delta\tau_{s\%} = -1$			Durata di traiettoria						
$\tau_m + \Delta\tau_{s\%} = \tau_R$			$\tau_R = 74$	10''	20''	30''	40''	50''	60''
$0,99 \times \frac{74}{396}$	$0,98 \times \frac{74}{392}$	$0,94 \times \frac{74}{376}$	$\Sigma f\tau$	0,99	0,98	0,94	0,88	0,82	0,74
$\frac{693}{73,26}$	$\frac{686}{72,52}$	$\frac{658}{69,56}$	$\tau_R \Sigma f\tau$	73,26 +	72,52 +	69,56 +	65,12 +	60,68 +	54,76 +
$0,88 \times \frac{74}{352}$	$0,82 \times \frac{74}{328}$	$0,74 \times \frac{74}{296}$	τ_{oB}	0,182	0,068	0,724	2,440	4,872	6,134
$\frac{616}{65,12}$	$\frac{574}{60,68}$	$\frac{518}{54,76}$	τ_B	73,442	77,588	70,284	67,56	65,552	60,894

Il procedimento esposto, per il calcolo della τ_B , riduce notevolmente il tempo che si impiegherebbe qualora si usasse il procedimento normale.

Volendo eliminare completamente ogni operazione di calcolo per la τ_B si può procedere preventivamente alla compilazione di una tabella che fornisce i valori di essa per tutti i valori probabili di τ_m .

I valori di τ_B di questa tabella, che si riporta come allegato N. 4, possono essere calcolati servendosi del procedimento sopra descritto.

Poichè in precedenza non si può tener conto del $\Delta\tau_{s\%}$ (più precisamente sarebbe troppo laborioso), per ottenere la τ_B relativa ad una certa τ_m e ad un certo $s\%$, il valore della τ_B relativa alla τ_m , fornito dalla tabella, deve essere modificato del $\Delta\tau_{s\%}$ che viene ricavato con il noto sistema (*).

Quindi: $\tau_B = \tau_{Bt} \pm \Delta\tau_{s\%}$

dove: con τ si indica la temperatura balistica esatta;

con τ_{Bt} si indica la temperatura balistica fornita dalla tabella;

con $\Delta\tau_{s\%}$ si indica la correzione di temperatura dovuta ad $s\%$ e che deve essere sommata algebricamente alla τ_{Bt} .

(*) Come allegato N. 5 si riporta una tabella che dà i valori del $\Delta\tau_{s\%}$, per $s\% = 0\% = 100\%$, in funzione della τ_p . Usando il procedimento semplificato la τ_p coincide con la τ_m .

Il $\Delta\tau_{s\%}$ ricavato dalla tabella va:

sommato alla τ_{Bt} se $s\% > 50\%$

sottratto alla τ_{Bt} se $s\% < 50\%$.

Premessa.

Nel precedente articolo il calcolo pratico del V.C.E. era stato trattato molto sommariamente. Comunque era stato precisato che si debbono ricavare a mezzo di un pallone pilota i valori dell'azimut rete e della intensità del vento, relativi ad altezze multiple di 150 metri o 500 piedi.

A queste operazioni non è possibile apportare nessuna semplificazione o modifica salvo la sostituzione del goniometro con un radar che può consentire la misura dei dati richiesti con maggiore approssimazione.

Con il normale procedimento l'azimut rete e l'intensità del vento per i diversi « strati parziali » relativi a ciascuna traiettoria vengono ricavati con un metodo grafico che consente di tracciare la rotta seguita, in aria, dal pallone pilota.

Quindi, ciascun vettore indicante intensità, direzione e verso del vento nei diversi strati, viene scomposto in due vettori, le cui direzioni, normali fra loro, coincidono coi meridiani e coi paralleli del reticolato chilometrico.

Le suddette componenti vengono successivamente moltiplicate per i rispettivi f_w (fattori ponderali del vento) ottenendo così due nuove componenti alle quali si attribuiscono dei segni secondo la loro giacitura nel piano cartesiano.

Sia « n » il numero dei vettori che interessano una determinata traiettoria. Questi « n » vettori daranno luogo ad « n » coppie di componenti e precisamente « n » componenti longitudinali ed « n » componenti trasversali.

La somma algebrica di tutte le « n » componenti longitudinali e quella delle « n » componenti trasversali dà luogo a due componenti la cui risultante rappresenta in intensità, direzione e verso, il vettore vento per quella data traiettoria (vento costante equivalente o vento fittizio).

Giustificazione teorica del procedimento semplificato per il calcolo del V.C.E.

Il procedimento su esposto è quello che viene normalmente usato dagli specialisti della Sezione Aerologica del Reparto Specialisti per l'artiglieria divisionale, per il calcolo del V.C.E.

Esso, in complesso, è piuttosto laborioso e può essere semplificato come segue:

se « n » sono i vettori per una determinata traiettoria, ciascuno di essi viene moltiplicato per il rispettivo f_w , ottenendo così « n » nuovi vettori che si comporranno con la comune regola del parallelogrammo.

A tal uopo, tracciato il primo vettore a partire dal centro, si riportano gli altri (con la propria direzione) in modo che l'origine di ciascuno di essi coincida con l'estremo del precedente. Si ottiene così una poligonale. Il segmento che congiunge l'origine del primo vettore con l'estremo dell'ultimo, è la risultante cercata, vale a dire il V.C.E.

Il nuovo procedimento esposto trova la sua giustificazione nelle seguenti osservazioni :

a) se si scompone un vettore in due componenti e queste si moltiplicano per un dato numero, ne vengono due componenti proporzionali alle prime e pertanto la loro risultante, oltre ad essere proporzionale secondo lo stesso fattore al vettore iniziale, ha la stessa direzione e lo stesso verso.

Infatti sia $\overline{OF}$ un vettore e lo si scomponga in due componenti che giacciono sulle rette r ed r_1 (fig. 2).

Si indichino con f ed f_1 le componenti. Moltiplicando f ed f_1 per lo stesso numero si otterranno due vettori proporzionali ai primi che nella figura sono indicati con f' ed f'_1 . Le loro proporzionalità è evidente.

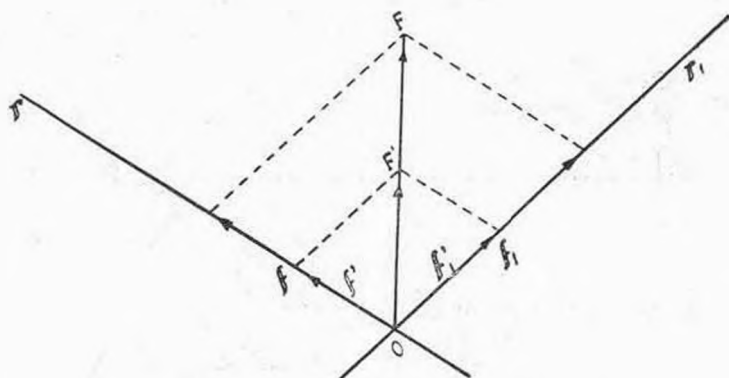


Fig. 2.

Infatti se f_w il numero considerato, si avrà :

$$f' = f f_w : f'_1 = f_1 f_w$$

Ponendo allora :

$$f : f' = f_1 : f'_1 \quad [1]$$

e sostituendo si ottiene :

$$f : f f_w = f_1 : f_1 f_w$$

da cui :

$$f_w f f_1 = f_w f f_1$$

L'uguaglianza dei prodotti dei medi e degli estremi dimostra la validità della [1]. Naturalmente componendo f' ed f'_1 si otterrà un parallelogrammo simile al precedente, per avere rispetto ad esso due lati proporzionali e l'angolo compreso uguale. La risultante sarà proporzionale ad $\overline{OF}$ e giacente sulla stessa direzione.

Pertanto si rende superflua la scomposizione del vettore iniziale e ricomposizione delle sue componenti modificate dal fattore f_w .

b) resta da dimostrare che la risultante della somma algebrica di più componenti equivale a quella che si otterrebbe componendo i vettori iniziali col parallelogramma delle forze.

Siano $\overline{OL}$, $\overline{OM}$ due vettori di azimut α e α_1 .

Osservando la fig. 3 è facile dedurre che :

$$\beta = \widehat{OLN} = \alpha + 90 + (90 - \alpha_1) = \widehat{OLN} = 180 + \alpha - \alpha_1$$

che si può scrivere :

$$\widehat{OLN} = 180 - (\alpha_1 - \alpha).$$

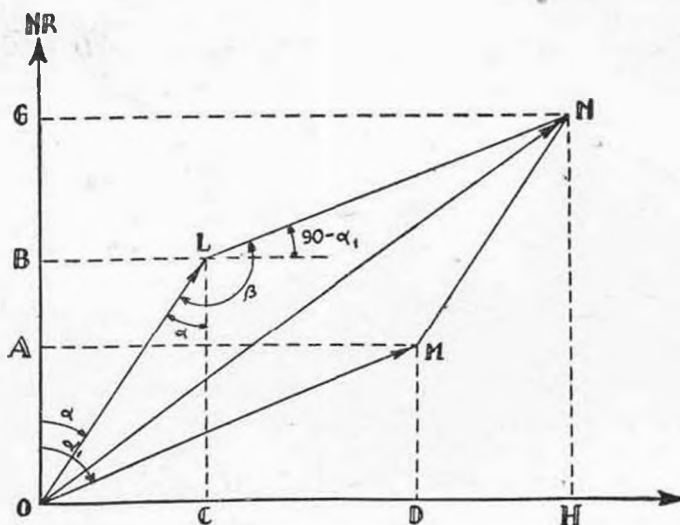


Fig. 3.

Se si compongono direttamente col parallelogramma le due forze, se ne ottiene $\overline{ON}$ il cui valore può determinarsi applicando il teorema di Carnot al triangolo OLN . Si ha :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OL}^2 + \overline{LN}^2 - 2 \cdot \overline{OL} \cdot \overline{LN} \cdot \cos [180 - (\alpha_1 - \alpha)]$$

da cui :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OL}^2 + \overline{OM}^2 - 2 \cdot \overline{OL} \cdot \overline{OM} \cdot \cos [180 - (\alpha_1 - \alpha)]$$

e ricordando che angoli supplementari hanno coseni uguali in valore assoluto ma di segno opposto, sarà :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OL}^2 + \overline{OM}^2 - 2 \cdot \overline{OL} \cdot \overline{OM} [-\cos (\alpha_1 - \alpha)]$$

da cui :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OL}^2 + \overline{OM}^2 + 2 \cdot \overline{OL} \cdot \overline{OM} \cos (\alpha_1 - \alpha) \quad [2]$$

Si supponga ora di volere ottenere la stessa risultante con le componenti dei vettori iniziali.

Siano $\overline{OB}$ ed $\overline{OC}$ le componenti di $\overline{OL}$, $\overline{OA}$ ed $\overline{OD}$ le componenti di $\overline{OM}$.

Si deduce facilmente :

$$\overline{OB} = \overline{OL} \cos \alpha; \overline{OA} = \overline{OM} \cos \alpha_1; \overline{OC} = \overline{OL} \sin \alpha; \overline{OD} = \overline{OM} \sin \alpha_1.$$

Pertanto posto :

$$\left. \begin{aligned} \overline{OG} &= \overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OM} \cos \alpha_1 + \overline{OL} \cos \alpha \\ \overline{OH} &= \overline{OD} + \overline{OC} = \overline{OM} \sin \alpha_1 + \overline{OL} \sin \alpha \end{aligned} \right\} [3]$$

Con il teorema di Pitagora si ricava :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OG}^2 + \overline{OH}^2$$

da cui :

$$\overline{ON}^2 = (\overline{OM} \cos \alpha_1 + \overline{OL} \cos \alpha)^2 + (\overline{OM} \sin \alpha_1 + \overline{OL} \sin \alpha)^2$$

Sviluppando e semplificando si ottiene :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 \cos^2 \alpha_1 + \overline{OL}^2 \cos^2 \alpha + 2 \overline{OL} \overline{OM} \cos \alpha_1 \cos \alpha +$$

$$+ \overline{OM}^2 \sin^2 \alpha_1 + \overline{OL}^2 \sin^2 \alpha + 2 \overline{OL} \overline{OM} \sin \alpha_1 \sin \alpha;$$

$$\overline{ON}^2 = \overline{OM}^2 (\cos^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1) + \overline{OL}^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) +$$

$$+ 2 \overline{OL} \overline{OM} (\cos \alpha_1 \cos \alpha + \sin \alpha_1 \sin \alpha);$$

$$\overline{ON}^2 = \overline{OL}^2 + \overline{OM}^2 + 2 \overline{OL} \overline{OM} (\cos \alpha_1 \cos \alpha + \sin \alpha_1 \sin \alpha)$$

e poichè dalle formule di somma e sottrazione :

$$\cos \alpha_1 \cos \alpha + \sin \alpha_1 \sin \alpha = \cos (\alpha_1 - \alpha)$$

infine si ha :

$$\overline{ON}^2 = \overline{OL}^2 + \overline{OM}^2 + 2 \cdot \overline{OL} \cdot \overline{OM} \cdot \cos (\alpha_1 - \alpha) \quad [4]$$

Se si confrontano la [4] con la [2] si nota che sono uguali; pertanto resta dimostrata la posizione [3] che costituisce l'asserto principale.

Procedimento pratico per il calcolo semplificato del V.C.E.

In base alle due proprietà sopra dimostrate risulta evidente la semplificazione del procedimento. Per la pratica attuazione di esso è opportuno lavorare su due diversi grafici « A » e « B ».

Quello « A », necessario per il tracciamento della rotta del pallone pilota, deve avere due graduazioni circolari: una in millesimi convenzionali (il goniometro è graduato in millesimi convenzionali), l'altra in gradi sessagesimali; quello « B », necessario per la composizione dei vettori-vento, deve avere una sola graduazione circolare in gradi sessagesimali.

L'impiego contemporaneo dei due grafici consente una maggiore rapidità dato che su « B » può essere eseguita la composizione a mano a mano che da « A » si desumono i dati relativi a ciascuna traiettoria.

Le operazioni di registrazione e di calcolo saranno facilitate dall'impiego del modulo « V » che si riporta come allegato N. 6.

Gli operatori necessari alla realizzazione del procedimento sono cinque :

- un goniometrista « O »;
- un aiutante-goniometrista « T » che funziona anche da tempista;
- un grafista « G_A » (lavora al grafico « A »);
- un grafista « G_B » (lavora al grafico « B »);
- un registratore-calcolatore « C ».

L'attuazione del complesso del procedimento viene illustrata dal seguente esempio i cui dati sono riportati nelle figg. 4 e 5 e sull'allegato N. 6.

a) L'operatore « T », alla fine del primo minuto di osservazione del pallone pilota, comunica : azimut 302° - sito 775°;

b) L'operatore « C » trascrive questi dati nelle colonne 2 e 3 del modulo « V » e quindi, in funzione del sito, determina, a mezzo di apposite tabelle preventivamente calcolate, la lunghezza in metri del raggio vettore. Trascrive questo dato nella colonna 4;

c) L'operatore « C » trasmette al grafista « G_A » azimuth e lunghezza del raggio vettore;

d) Il grafista « G_A » traccia sul grafico « A », in opportuna scala, il segmento $\overline{0-1}$ (vedi fig. 4);

e) Il grafista « G_A » misura, in gradi, la direzione e (a mezzo di apposito regolo) l'intensità del vento in m/s. Comunica questi dati a « C »;

f) L'operatore « C » completa le colonne 5, 6, 7 e 8 del mod. « V »;

g) L'operatore « T » legge, sull'anemometro-anemoscopio, l'azimut e l'intensità del vento a terra e comunica i dati relativi all'operatore « C »;

h) L'operatore « C » trascrive sulle colonne 10 e 11 del mod. « V » i dati relativi al vento a terra e al primo minuto;

i) L'operatore « C » calcola i prodotti dell'intensità del vento, in p/s, per i f_w e li trascrive nella colonna 13 dopo aver ricopiato nella 12 i valori riportati nella 10;

l) L'operatore « C » comunica al grafista « G_B » la prima coppia di valori ($225^\circ - 2,1$);

m) Il grafista « G_B » in base a questi dati traccia sul grafico « B », in opportuna scala, il segmento $\overline{0-1}$ (vedi fig. 5);

n) L'operatore « C » comunica a « G_B » la seconda coppia di valori ($197^\circ - 6$);

GRAFICO « A »

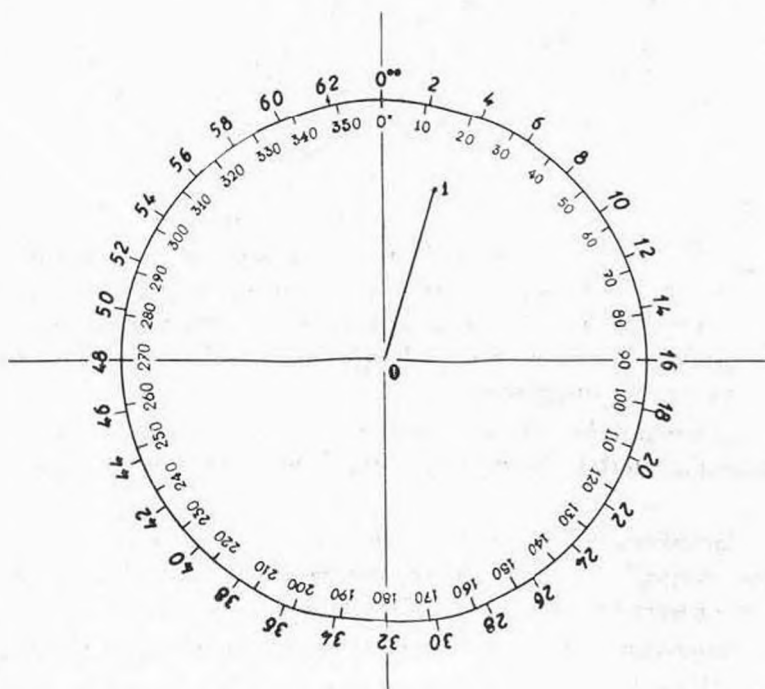


Fig. 4.

GRAFICO « B »

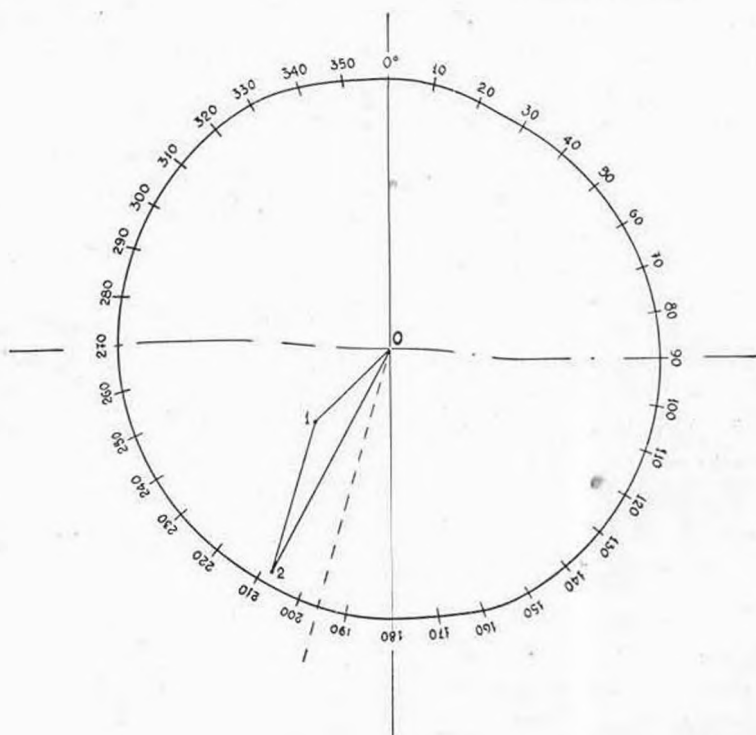


Fig. 5.

a) Il grafista « G_B », in base a questi dati, traccia sul grafico « B » il segmento in $\overline{1-2}$. Per far questo dispone una squadretta sull'allineamento $\overline{0-197^\circ}$ quindi la fa traslare in modo parallelo al segmento $\overline{0-197^\circ}$ sino a raggiungere, con il lembo di riferimento, il punto 1 (estremo del vettore precedente); in questa direzione traccia il segmento $\overline{1-2}$ di lunghezza corrispondente (nella scala del disegno) a 6 piedi;

p) Il grafista « G_B » unisce il punto « 0 » col punto « 2 » e misura l'angolo e l'intensità relativi alla risultante $\overline{0-2}$ ($208^\circ - 7,8$). Comunica questi dati a « C »;

q) L'operatore « C » trascrive i dati nella colonna 15. Al termine di questa operazione i dati della colonna 15 vengono trascritti sul modulo regolamentare per la diramazione del Bollettino Aerologico;

r) Analoghe operazioni si svolgono per tutte le altre traiettorie.

CONCLUSIONE.

Con i due procedimenti semplificativi su esposti si ottengono, rispetto al procedimento normale, due sensibili vantaggi:

— eliminazione di un certo numero di operazioni (sia grafiche che analitiche) e quindi diminuita probabilità di commettere errori;

— possibilità di calcolare i dati, inerenti al Bollettino Aerologico, in un tempo notevolmente più breve. Infatti, mentre con il normale procedimento il tempo occorrente a personale ottimamente addestrato, è di circa 45 minuti, con il procedimento semplificato sono sufficienti circa 25 minuti.

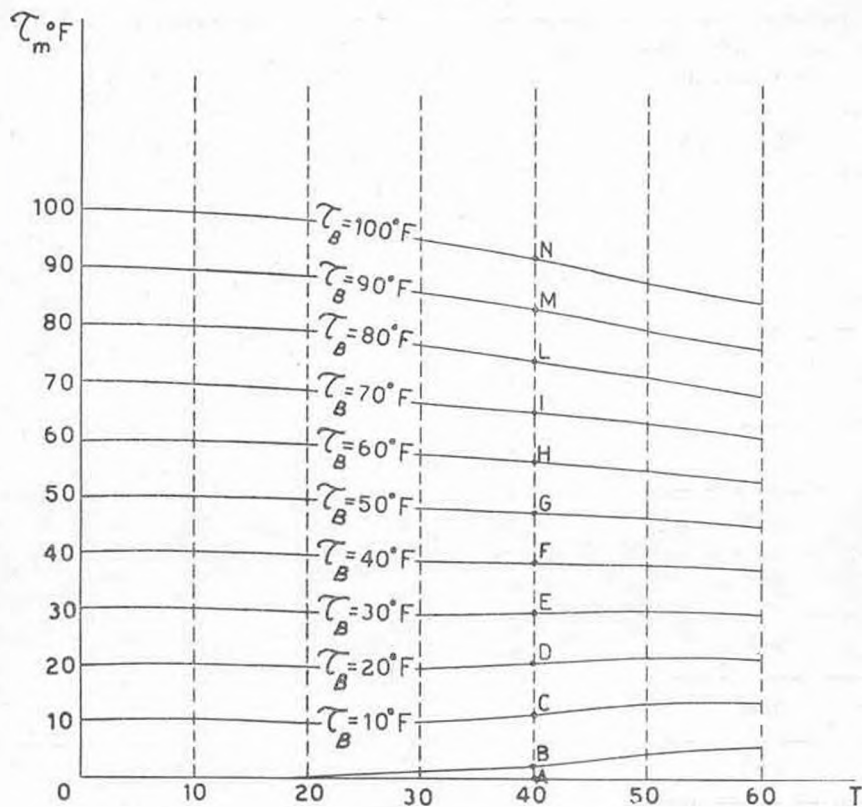
A conclusione definitiva si mette in rilievo che i procedimenti semplificati su esposti non diminuiscono minimamente, nei confronti del procedimento normale, l'approssimazione dei dati risultanti.

ALLEGATO 1.

VALORI DI λ E τ_s IN FUNZIONE DELLE QUOTE ESPRESSE IN PIEDI

Altezza media dello strato parziale	λ	τ_s in $^{\circ}F$
SUPERFICIE	0,00	60
100	- 0,4	59,8
300	- 1,1	59,5
250	- 0,8	59,6
750	- 2,4	58,6
1250	- 4	57,7
1000	- 3,4	58,2
3000	-10	54,4
5000	-16	50,4
7000	-22,3	46,1
9000	-29	41,5
11000	-35,6	36,6
13000	-42,1	31,3
2000	- 6,3	56,3
6000	-18,7	48,2
10000	-31,3	39
14000	-44	28,6
18000	-56,2	16,6
22000	-69	3
26000	-82	-12,6

ALLEGATO 2.



ALLEGATO 3.

MODULO PER IL CALCOLO DELLA TEMPERATURA BALISTICA

$\tau_m =$	$s\% =$	$\Delta\tau_{s\%} =$	Durata di traiettoria					
$\tau_m + \Delta\tau_{s\%} = \tau_R$	$\tau_R =$		10"	20"	30"	40"	50"	60"
$0,99 \times 0,98 \times 0,94 \times$	Σf_{τ}		0,99	0,98	0,94	0,88	0,82	0,74
	$\tau_R \cdot \Sigma f_{\tau}$		+	+	+	+	+	+
$0,88 \times 0,82 \times 0,74 \times$	τ_{OB}		0,182	0,068	0,724	2,440	4,872	6,134
	τ_B							

ALLEGATO 4.

TEMPERATURE BALISTICHE

°C	F°	10"	20"	30"	40"	50"	60"
— 12,22	10	10,082	9,868	10,124	11,340	13,072	13,834
— 11,66	11	11,072	10,848	11,064	12,230	13,892	14,604
— 11,11	12	12,062	11,828	12,004	13,120	14,712	15,374
— 10,55	13	13,052	12,808	12,944	14,010	15,532	16,144
— 10	14	14,042	13,788	13,884	14,900	16,352	16,914
— 9,44	15	15,032	14,768	14,824	15,790	17,172	17,684
— 8,88	16	16,022	15,748	15,764	16,680	17,992	18,454
— 8,33	17	17,012	16,728	16,704	17,570	18,812	19,224
— 7,77	18	18,002	17,708	17,644	18,460	19,632	19,994
— 7,22	19	18,992	18,688	18,584	19,350	20,452	20,764
— 6,66	20	19,982	19,668	19,524	20,240	21,272	21,534
— 6,11	21	20,972	20,648	20,464	21,130	22,092	22,304
— 5,55	22	21,962	21,628	21,404	22,020	22,912	23,074
— 5	23	22,952	22,608	22,344	22,910	23,732	23,844
— 4,44	24	23,942	23,588	23,284	23,800	24,552	24,614
— 3,88	25	24,932	24,568	24,224	24,690	25,372	25,384
— 3,33	26	25,922	25,548	25,164	25,580	26,192	26,154
— 2,77	27	26,912	26,528	26,104	26,470	27,012	26,924
— 2,22	28	27,902	27,508	27,044	27,360	27,832	27,694
— 1,66	29	28,892	28,488	27,984	28,250	28,652	28,464
— 1,11	30	29,882	29,468	28,924	29,140	29,472	29,234
— 0,55	31	30,872	30,448	29,864	30,030	30,292	30,004
— 0	32	31,862	31,428	30,804	30,920	31,112	30,774
0,55	33	32,852	32,408	31,744	31,810	31,932	31,544
1,11	34	33,842	33,388	32,684	32,700	32,752	32,314
1,66	35	34,832	34,368	33,624	33,590	33,572	33,084
2,22	36	35,822	35,348	34,564	34,480	34,392	33,854
2,77	37	36,812	36,328	35,504	35,370	35,212	34,624
3,33	38	37,802	37,308	36,444	36,260	36,032	35,394
3,88	39	38,792	38,288	37,384	37,150	36,852	36,164
4,44	40	39,782	39,268	38,324	38,040	37,672	36,934
5	41	40,772	40,248	39,264	38,930	38,492	37,704
5,55	42	41,762	41,228	40,204	39,820	39,312	38,474
6,11	43	42,752	42,208	41,144	40,710	40,132	39,244

°C	F°	10"	20"	30"	40"	50"	60"
6,66	44	43,742	43,188	42,084	41,600	40,952	40,014
7,22	45	44,732	44,168	43,024	42,490	41,772	40,784
7,77	46	45,722	45,148	43,964	43,380	42,592	41,554
8,33	47	46,712	46,128	44,904	44,270	43,412	42,324
8,88	48	47,702	47,108	45,844	45,160	44,232	43,094
9,44	49	48,692	48,088	46,784	46,050	45,052	43,864
10	50	49,682	49,068	47,724	46,940	45,872	44,634
10,55	51	50,672	50,048	48,664	47,830	46,692	45,404
11,11	52	51,662	51,028	49,604	48,720	47,512	46,174
11,66	53	52,652	52,008	50,554	49,610	48,332	46,944
12,22	54	53,642	52,988	51,484	50,500	49,152	47,714
12,77	55	54,632	53,968	52,424	51,390	49,972	48,484
13,33	56	55,622	54,948	53,364	52,280	50,792	49,254
13,88	57	56,612	55,928	54,304	53,170	51,612	50,024
14,44	58	57,602	56,908	55,244	54,060	52,432	50,794
15	59	58,592	57,888	56,184	54,950	53,252	51,564
15,55	60	59,582	58,868	57,124	55,840	54,072	52,334
16,11	61	60,572	59,848	58,064	56,730	54,892	53,104
16,66	62	61,562	60,828	59,004	57,620	55,712	53,874
17,22	63	62,552	61,808	59,944	58,510	56,532	54,644
17,77	64	63,542	62,788	60,884	59,400	57,352	55,414
18,33	65	64,532	63,768	61,824	60,290	58,172	56,184
18,88	66	65,522	64,748	62,764	61,180	58,992	56,954
19,44	67	66,512	65,728	63,704	62,070	59,812	57,724
20	68	67,502	66,708	64,644	62,960	60,632	58,494
20,55	69	68,492	67,688	65,584	63,850	61,452	59,264
21,11	70	69,482	68,668	66,524	64,740	62,272	60,034
21,66	71	70,472	69,648	67,464	65,630	63,092	60,804
22,22	72	71,462	70,628	68,404	66,520	63,912	61,574
22,77	73	72,452	71,608	69,344	67,410	64,732	62,344
23,33	74	73,442	72,588	70,284	68,300	65,552	63,114
23,88	75	74,432	73,568	71,224	69,190	66,372	63,884
24,44	76	75,422	74,548	72,164	70,080	67,192	64,654
25	77	76,412	75,528	73,104	70,970	68,012	65,424
25,55	78	77,402	76,508	74,044	71,860	68,832	66,194
26,11	79	78,392	77,488	74,984	72,750	69,652	66,964
26,66	80	79,382	78,468	75,924	73,640	70,472	67,734
27,22	81	80,372	79,448	76,864	74,530	71,292	68,504
27,77	82	81,362	80,428	77,804	75,420	72,112	69,274

°C	F°	10"	20"	30"	40"	50"	60"
28,33	83	82,352	81,408	78,744	76,310	72,932	70,044
28,88	84	83,342	82,388	79,684	77,200	73,752	70,814
29,44	85	84,332	83,368	80,624	78,090	74,572	71,584
30	86	85,322	84,348	81,564	78,980	75,392	72,354
30,55	87	86,312	85,328	82,504	79,870	76,212	73,124
31,11	88	87,302	86,308	83,444	80,760	77,032	73,894
31,66	89	88,292	87,288	84,384	81,650	77,852	74,664
32,22	90	89,282	88,268	85,324	82,540	78,672	75,434
32,77	91	90,272	89,248	86,264	83,430	79,492	76,204
33,33	92	91,262	90,228	87,204	84,320	80,312	76,974
33,88	93	92,252	91,208	88,144	85,210	81,132	77,744
34,44	94	93,242	92,188	89,084	86,100	81,952	78,514
35	95	94,232	93,168	90,024	86,990	82,772	79,284
35,55	96	95,222	94,148	90,964	87,880	83,592	80,054
36,11	97	96,212	95,128	91,904	88,770	84,412	80,784
36,66	98	97,202	96,108	92,844	89,660	85,232	81,554
37,22	99	98,192	97,088	93,784	90,550	86,052	82,324
37,77	100	99,182	98,068	94,724	91,440	86,872	83,094
38,33	101	100,172	99,048	95,664	92,330	87,692	83,864
38,88	102	101,162	100,028	96,604	93,220	88,512	84,634
39,44	103	102,152	101,008	97,544	94,110	89,332	85,404
40	104	103,142	101,988	98,484	95,000	90,152	86,174
40,55	105	104,132	102,968	99,424	95,890	90,972	86,944
41,11	106	105,122	103,948	100,364	96,780	91,792	87,714
41,66	107	106,112	104,928	101,304	97,670	92,612	88,484
42,22	108	107,102	105,908	102,244	98,560	93,432	89,254
42,77	109	108,092	106,888	103,184	99,450	94,252	90,024
43,33	110	109,082	107,868	104,124	100,340	95,072	90,794
43,88	111	110,072	108,848	105,064	101,230	95,892	91,564
44,44	112	111,062	109,828	106,004	102,120	96,712	92,334
45	113	112,052	110,808	106,944	103,010	97,532	93,104
45,55	114	113,042	111,788	107,884	103,900	98,352	93,874
46,11	115	114,032	112,768	108,824	104,790	99,172	94,644
46,66	116	115,022	113,748	109,764	105,680	99,992	95,414
47,22	117	116,012	114,728	110,704	106,570	100,812	96,184
47,77	118	117,002	115,708	111,644	107,460	101,632	96,954

ALLEGATO 5.

CORREZIONE $\Delta \tau$ s % per s % = 0 % = 100 % DA APPORTARE
ALLA TEMPERATURA PREVISTA

$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{F}$	$\Delta \tau_{s\%}$ in $^{\circ}\text{F}$
-15	0	0,1
-10	10	0,2
- 5	20	0,3
1	30	0,5
4,5	40	0,8
10	50	1,1
15,5	60	1,6
21	70	2,3
27	80	3,2
32	90	4,3
37,5	100	5,7
43	110	7,5

